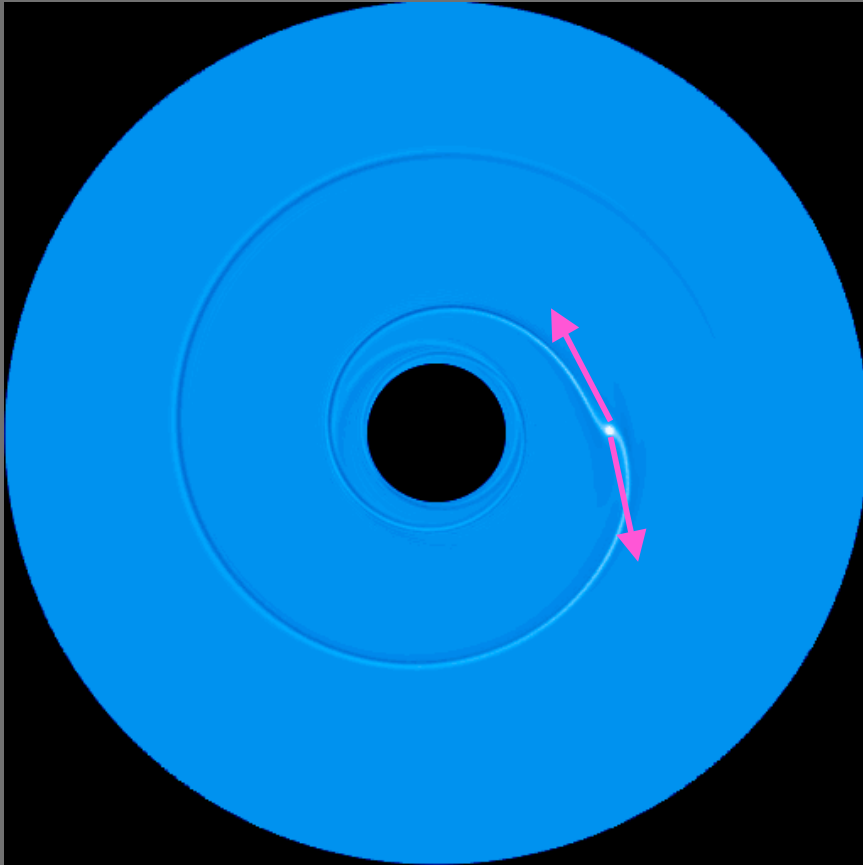
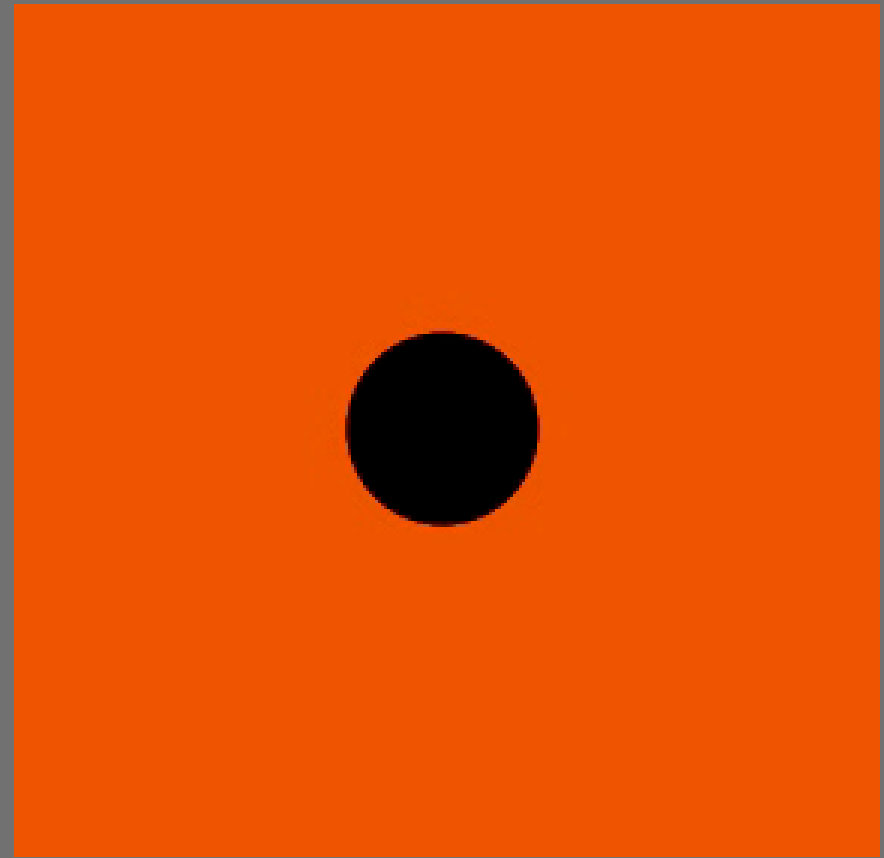


# Migration planétaire : résumé première session



Couple du sillage : migration de type I. Rapide. Planètes de petite masse.



Migration de type II : avec sillon. Lente. Planètes géantes.

# Migration planétaire : résumé première session

Tout ce qui a été dit lors de la première session  
été connu bien avant la découverte de la première  
planète extra-solaire en 1995.

Travaux de Ward (migration de type I), Papaloizou  
& Lin (ouverture du gap), Goldreich & Tremaine  
(calcul des couples), etc.

# Lexique

Sillon = gap

Sillage = wake

Fer-à-cheval = horseshoe

Emballement = runaway

Amortissement = damping

# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

### Région co-orbitale des protoplanètes

- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

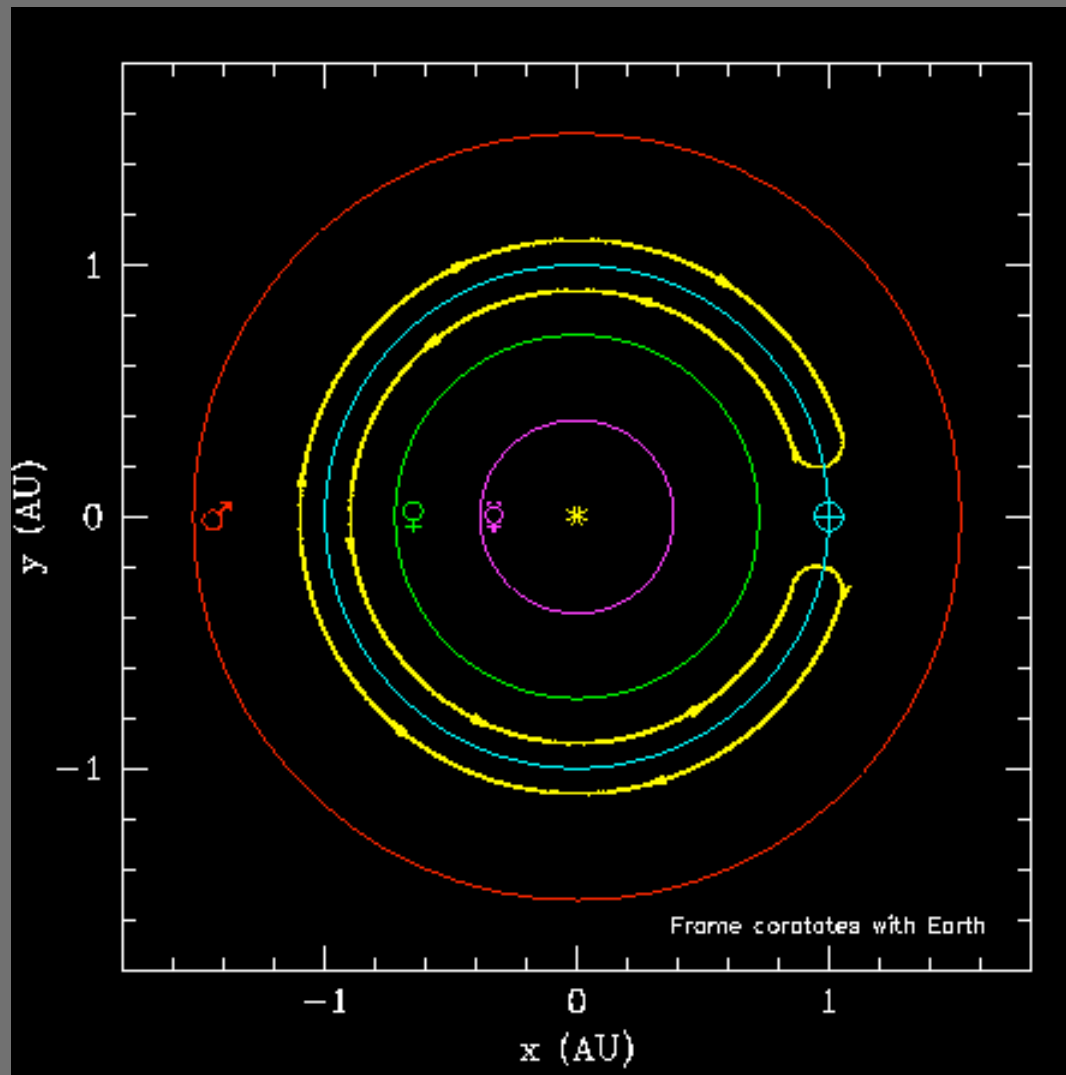
### Région co-orbitale des protoplanètes

- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

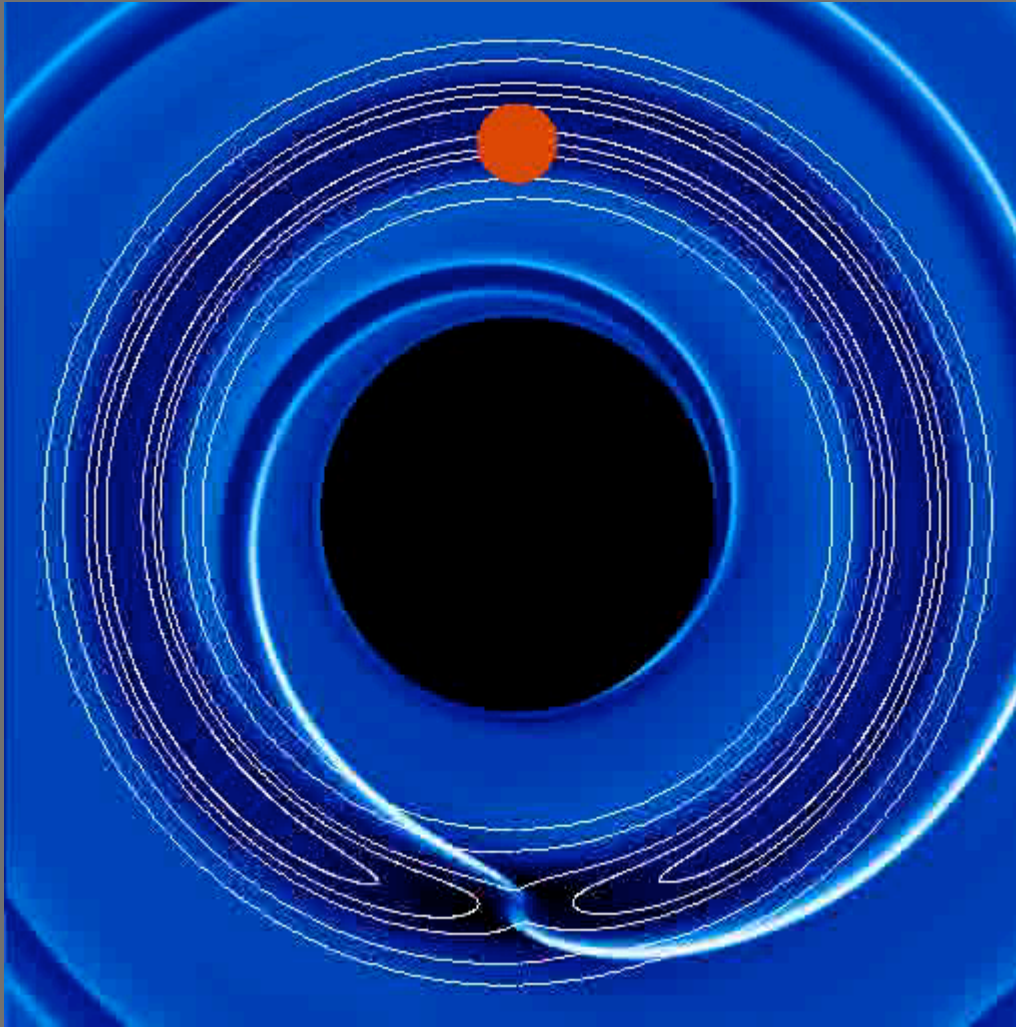
- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

# Orbites fer-à-cheval



# Lignes de courant fer-à-cheval

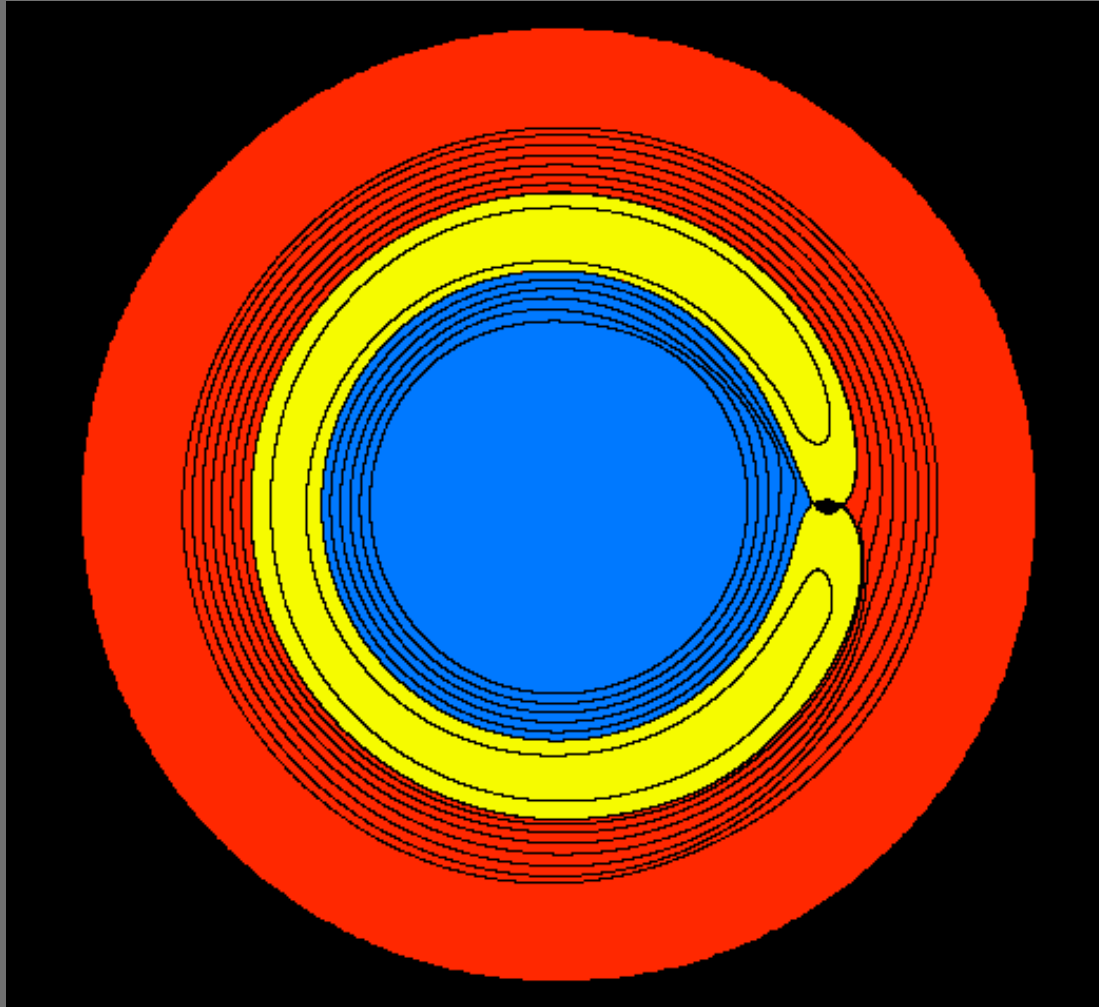
Comportement similaires des éléments fluide dans un disque.



Eléments fluide  
en libration

Contrairement à ce que nous avons vu pour le sillage, la décomposition en résonances individuelles n'est pas pertinente : toutes les résonances de corotation coïncident avec l'orbite. On préfère s'intéresser directement à la réponse globale.

# Partitionnement du disque



Disque interne

Disque externe

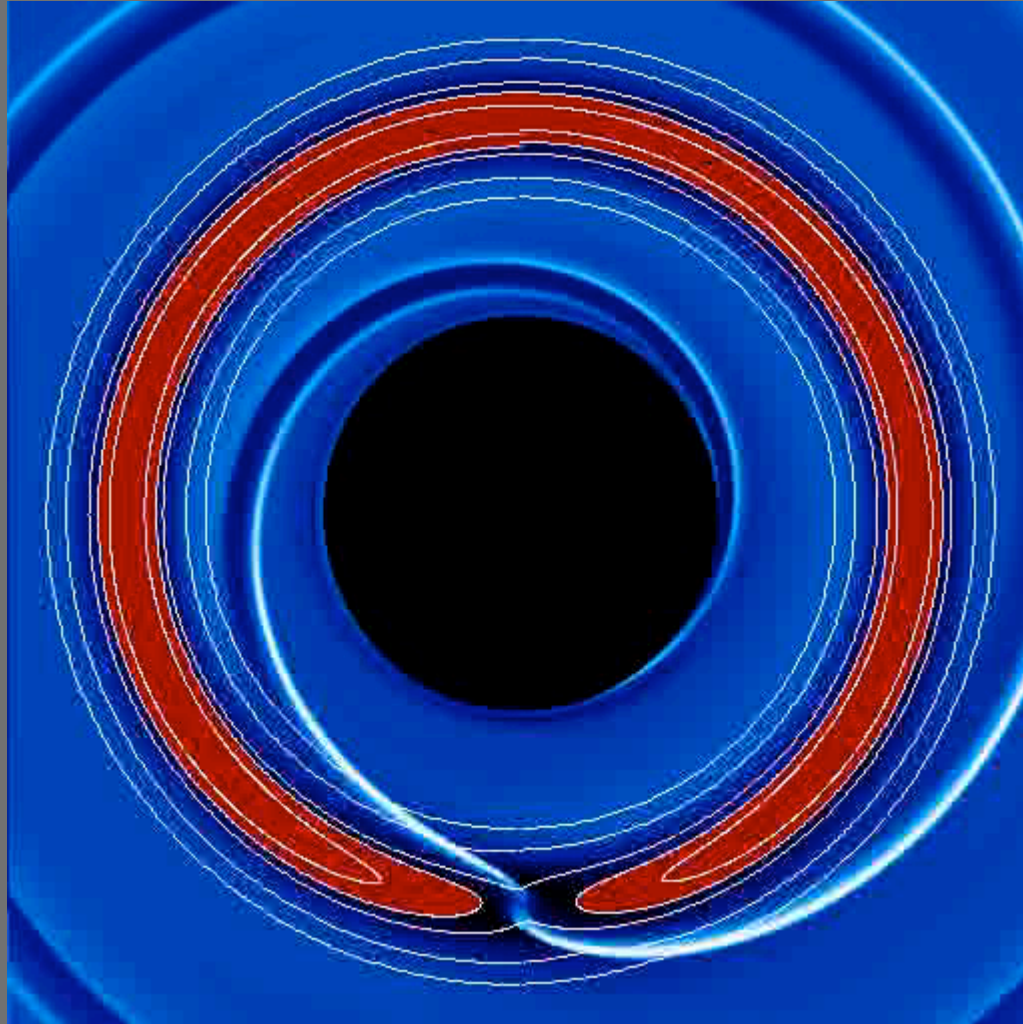
Région fer-à-cheval

Disque interne et externe :  
les éléments fluide sont  
en circulation

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_{\text{OLR}} + \Gamma_{\text{ILR}} + \Gamma_{\text{CR}}$$



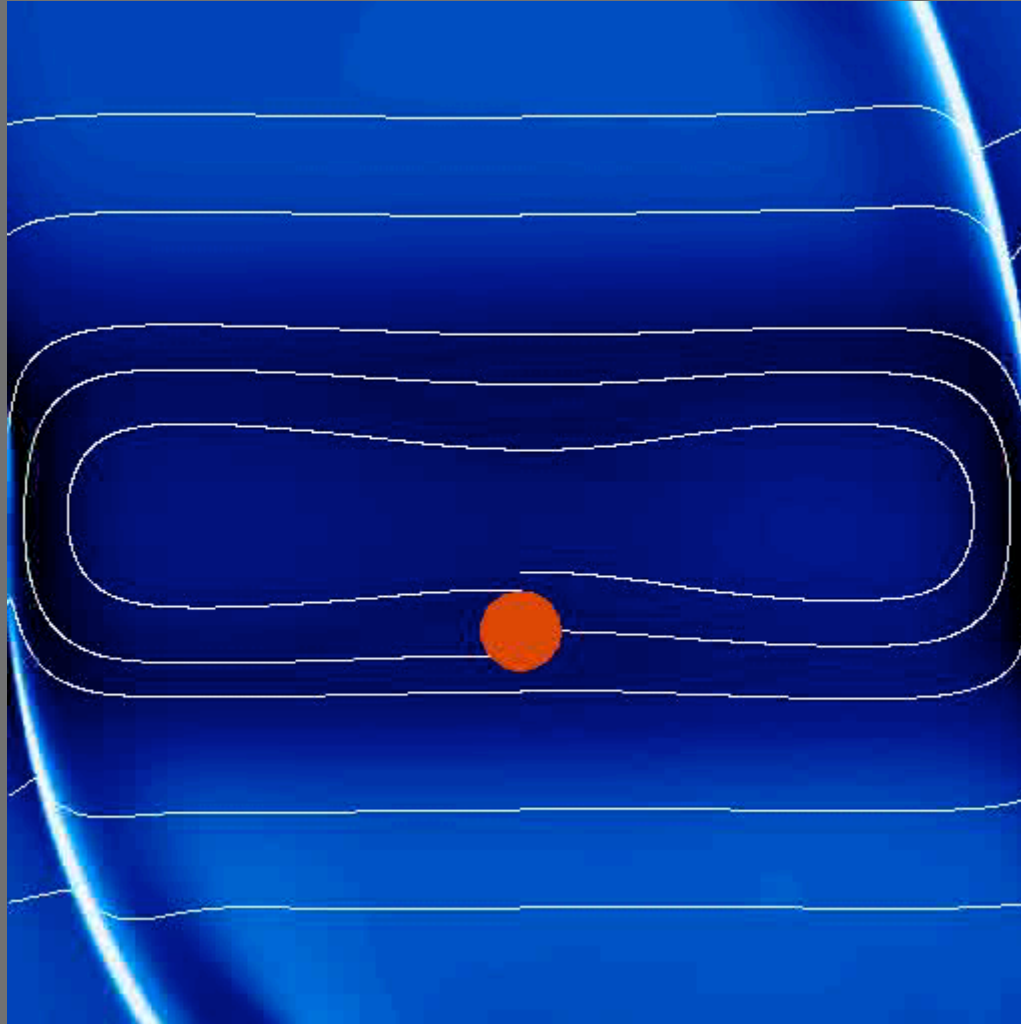
# Représentation cartésienne de la région fer-à-cheval



Forme rectangulaire

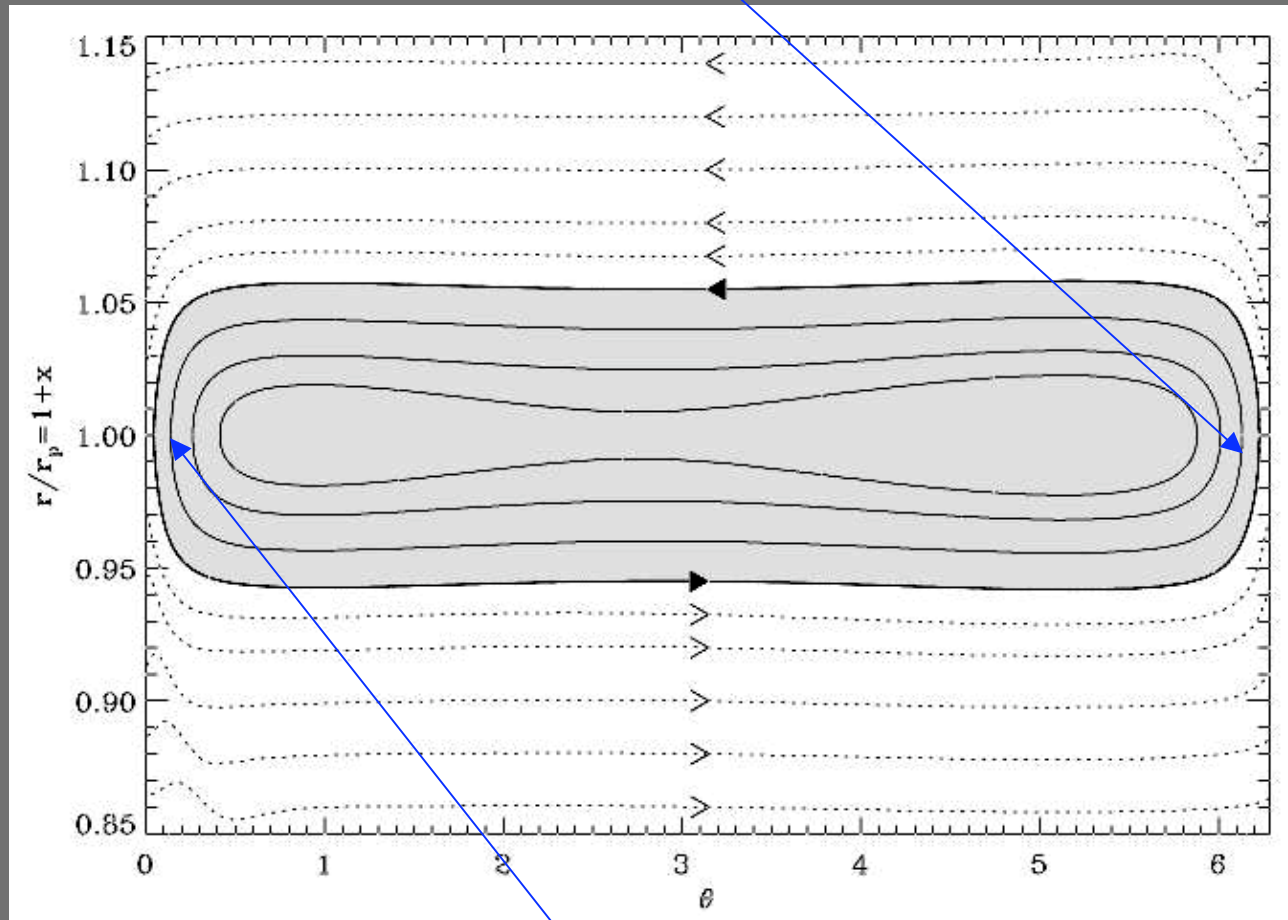
On note la déflexion  
des lignes de courant  
au niveau du sillage.

# Libration en représentation cartésienne



# Bilan de moment angulaire

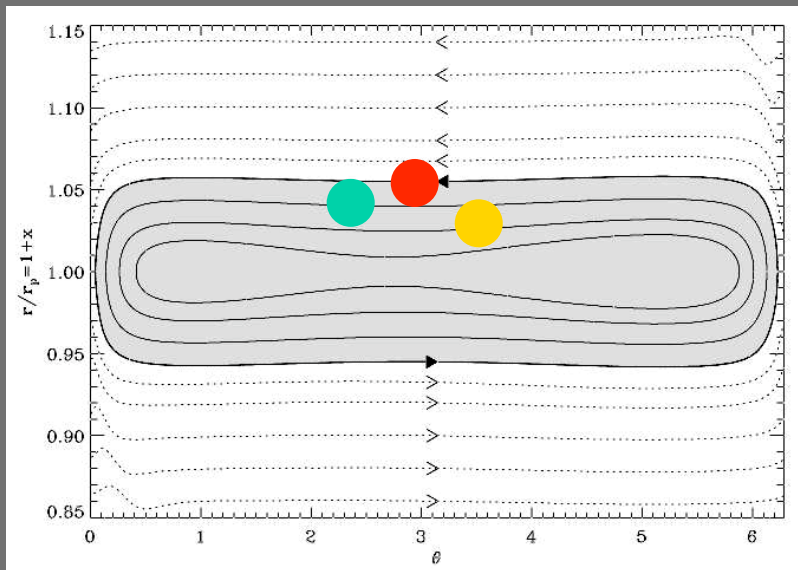
Ici, les éléments de fluide *gagnent* du moment angulaire: contribution négative



Le moment  
angulaire  
croît vers  
l'extérieur

Ici, les éléments de fluide *perdent* du moment angulaire: contribution positive

# Saturation du couple de corotation



La période de libration n'est pas la même pour tous les éléments fluides. Plus on est proche de l'orbite, plus elle est longue.

Au bout de quelques temps de libration, à cause du *phase mixing* résultant, le couple de corotation tend vers zéro.

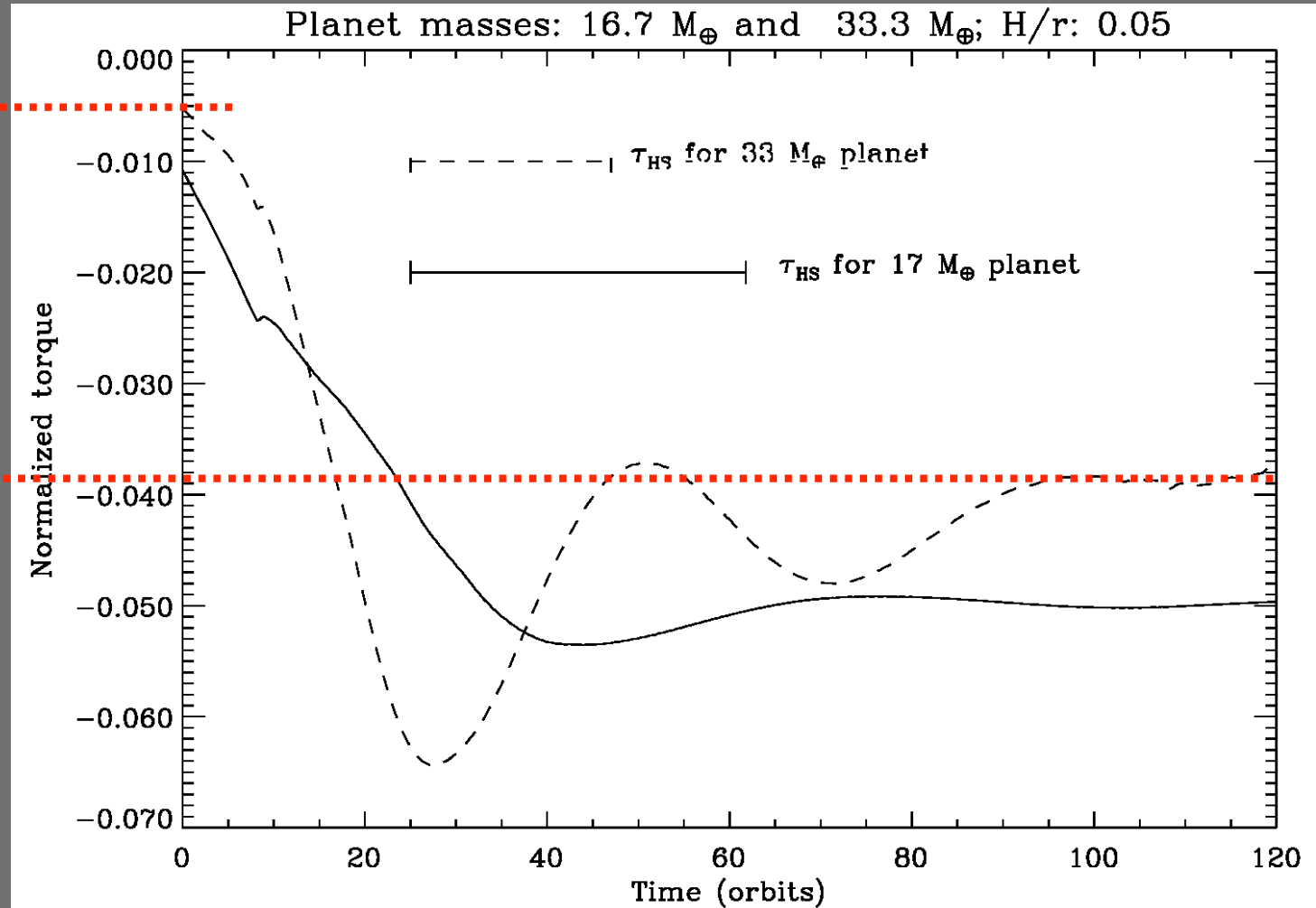
Cela est lié au fait que le moment angulaire donné à la région co-orbitale n'est pas évacué de celle-ci sous forme d'ondes.

On dit que le couple de corotation *sature*

# Saturation du couple de corotation

Couple de corotation

Couple différentiel de Lindblad



# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

### Région co-orbitale des protoplanètes

- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

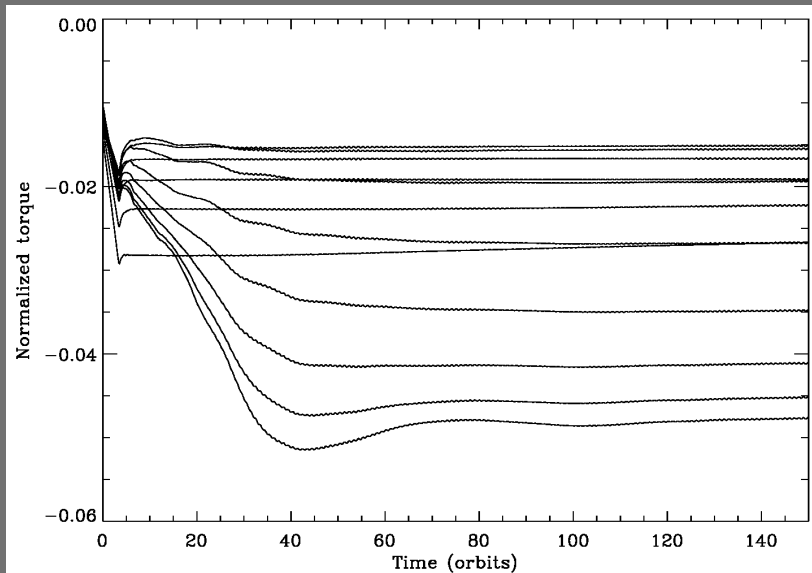
## Comment éviter la saturation ?

Il faut que la région fer-à-cheval puisse échanger du moment angulaire avec le reste du disque.

1) Ondes → Impossible

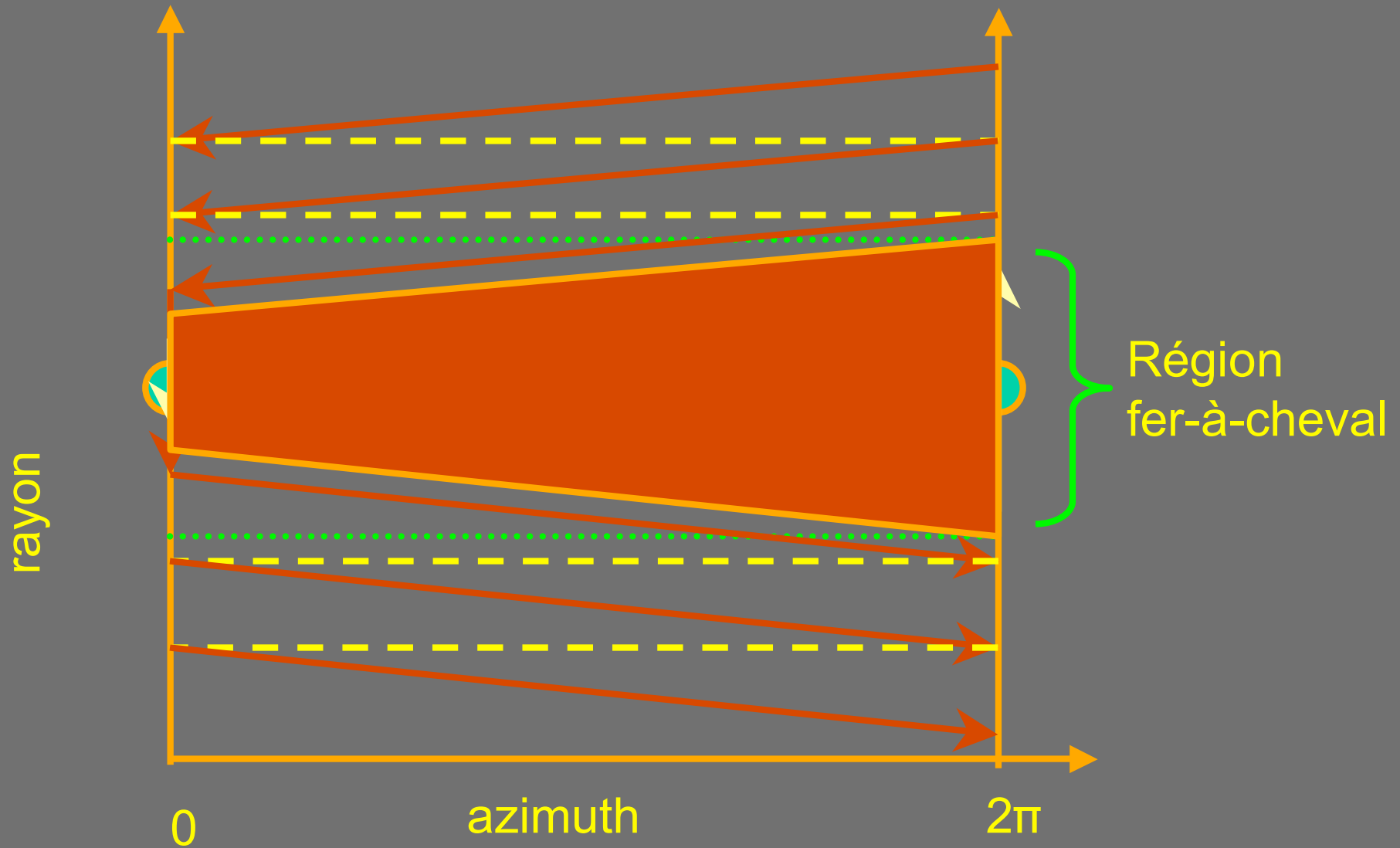
2) Friction visqueuse → *a priori* possible.

La friction visqueuse étant une force de contact, l'échange se fait nécessairement aux séparatrices



Quelle est la topologie des lignes de courant en présence de viscosité ?

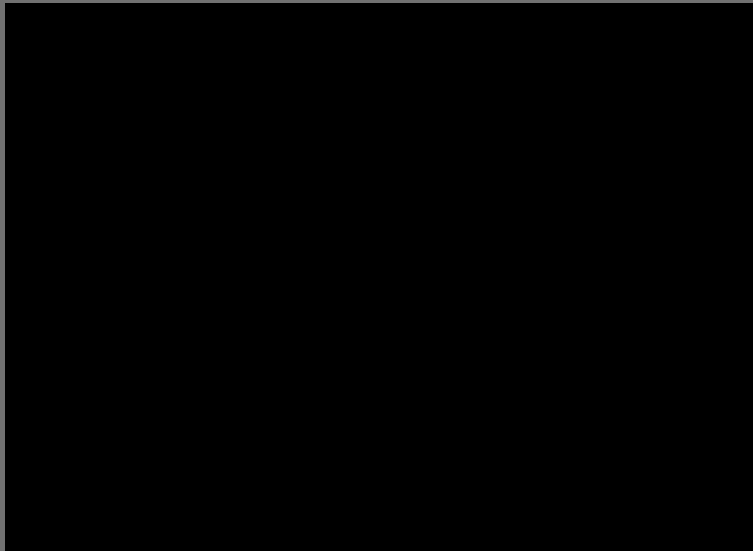
# Topologie des lignes de courant en disque visqueux





# La région fer-à-cheval est piégée

Elle reste dans la zone co-orbitale et ne participe pas à la migration



Advection d'un scalaire passif

## Planète en orbite circulaire fixe

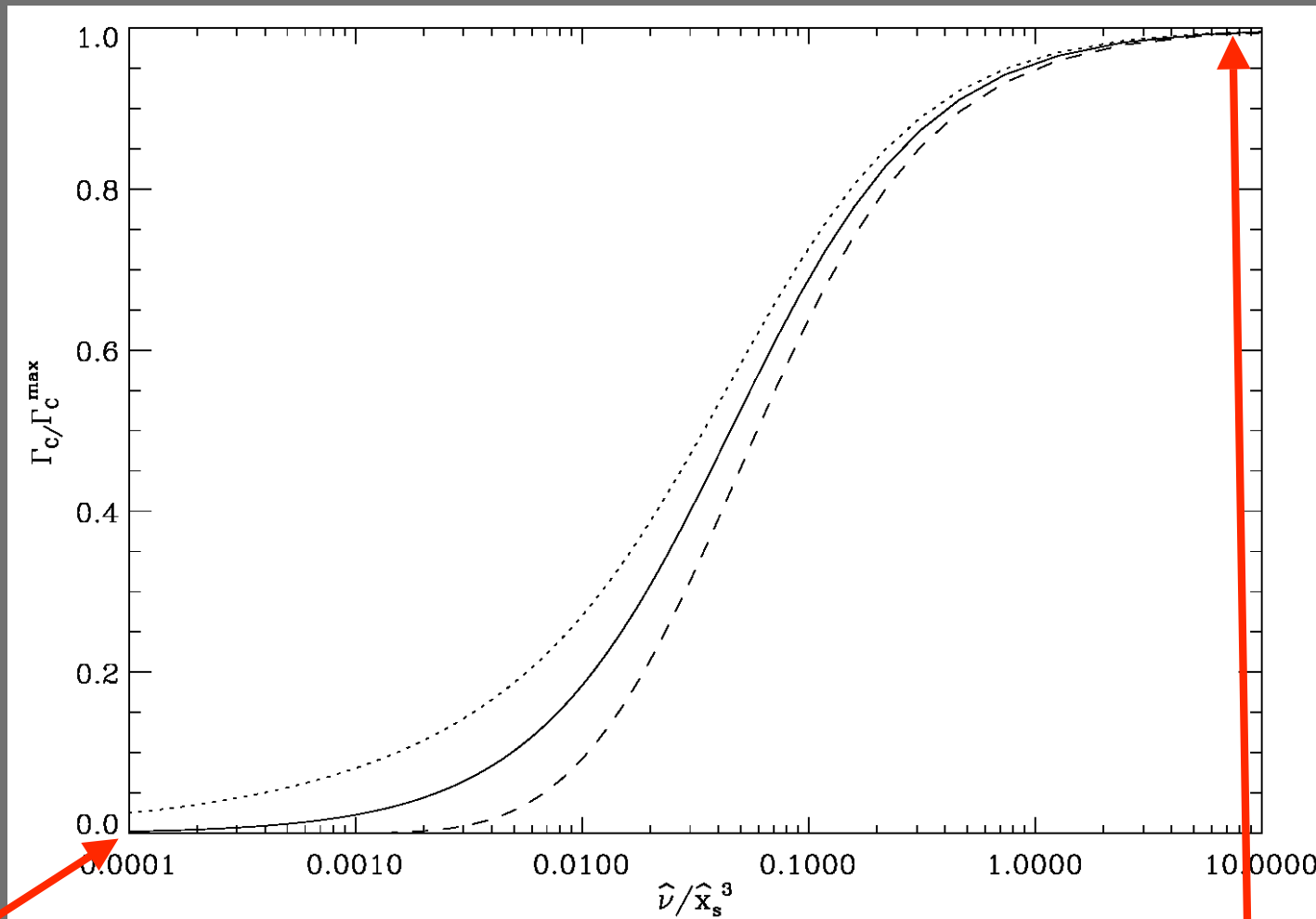
Puisque le matériel de la zone fer-à-cheval est piégé, son moment angulaire reste **constant** dans le temps.

Tout couple exercé sur sa séparatrice est donc intégralement transmis à la planète.



On peut, en utilisant cette propriété, estimer analytiquement le couple de corotation en fonction de la viscosité

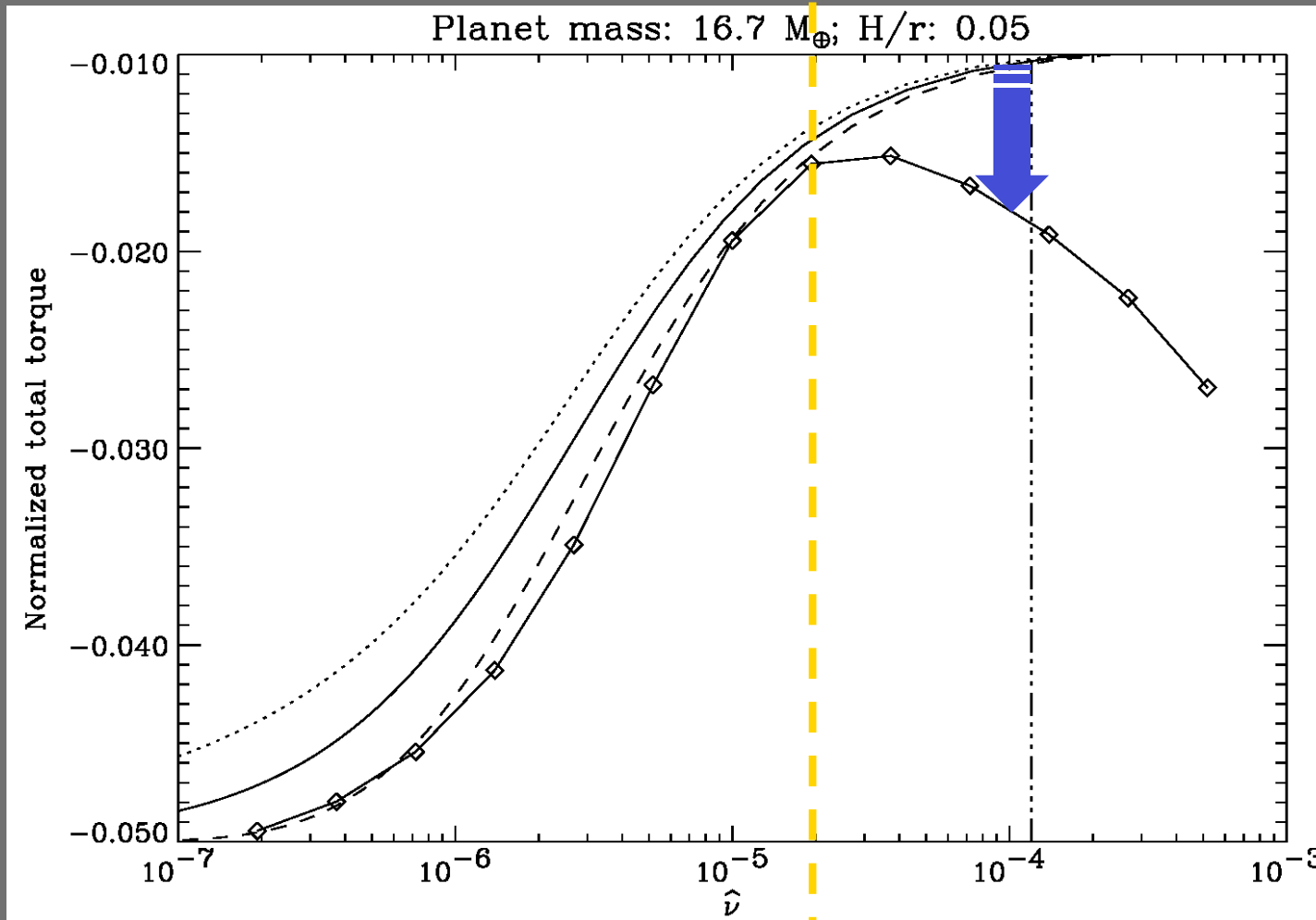
# Couple de corotation fonction de la viscosité



Disque inviscide : couple saturé

Disque visqueux :  
couple insaturé

# Vérification numérique



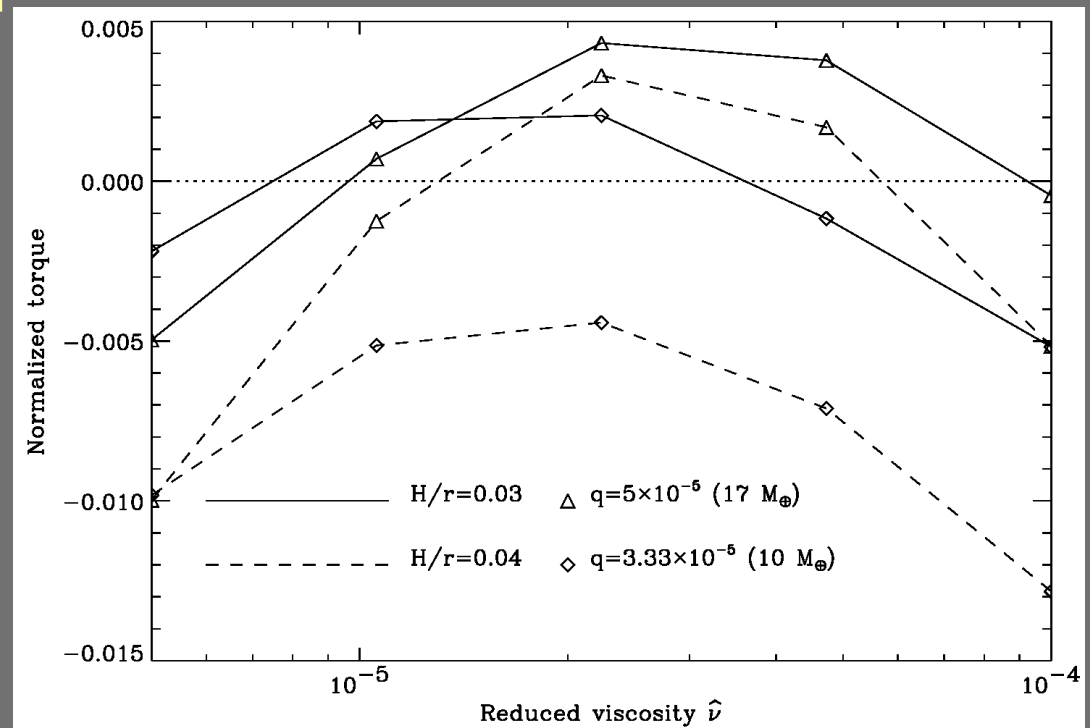
Accord correct sur cette partie

*Cut-off à grande viscosité*

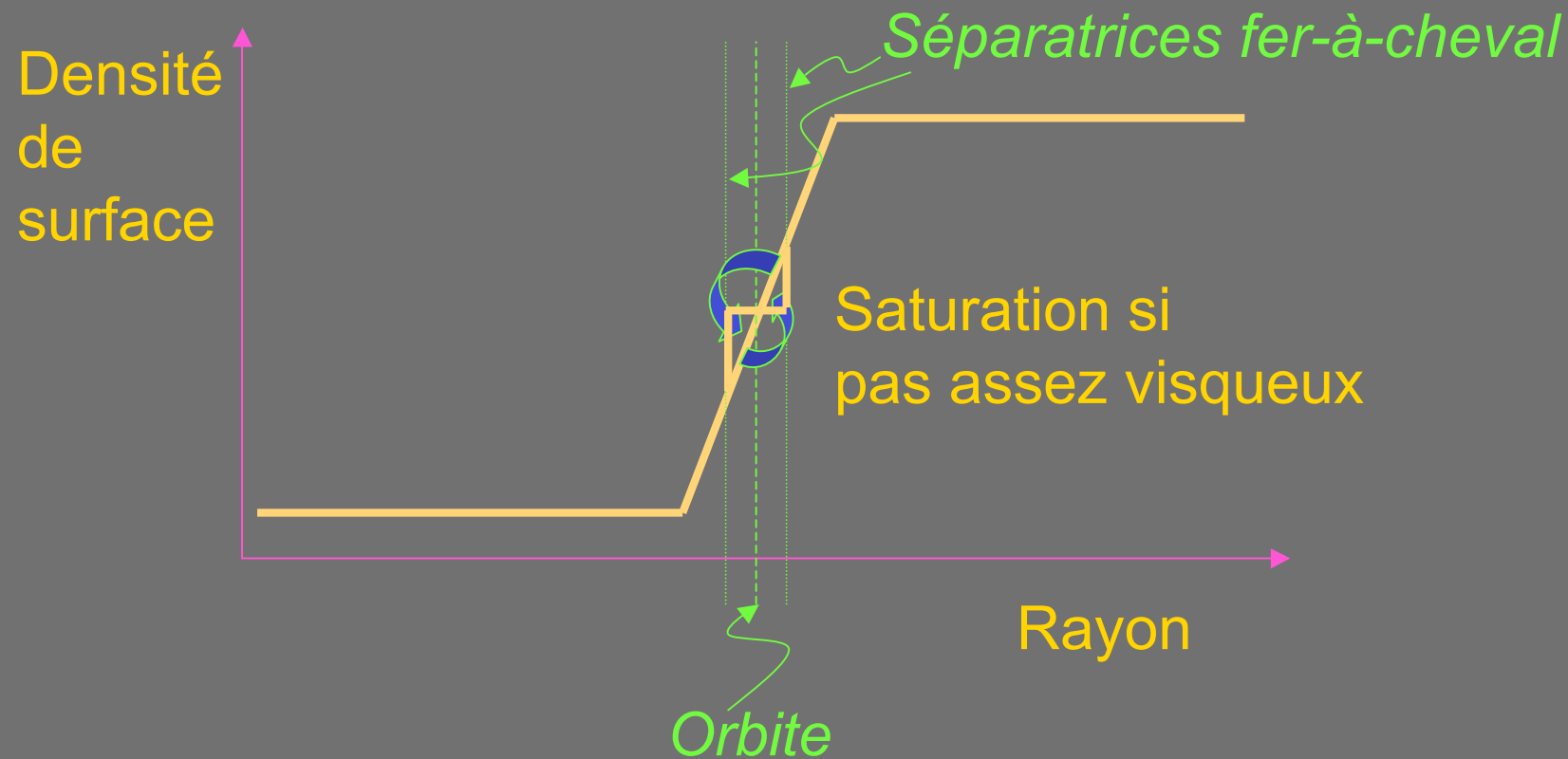
# Opposition corotation / Lindblad

- Couple (différentiel) de Lindblad : négatif
- Couple de corotation : positif

Lorsque la masse de la planète augmente, la largeur de la région fer-à-cheval augmente. Il existe un intervalle de masse, avant l'ouverture du *gap*, pour lequel le couple de corotation peut être plus important que le couple différentiel de Lindblad.



# Piège à planètes



Couple de corotation important et positif.

Cavité centrale, ou limite du jet (cf. Jonathan)

# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

### Région co-orbitale des protoplanètes

- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

# Couple de corotation pour une planète en migration

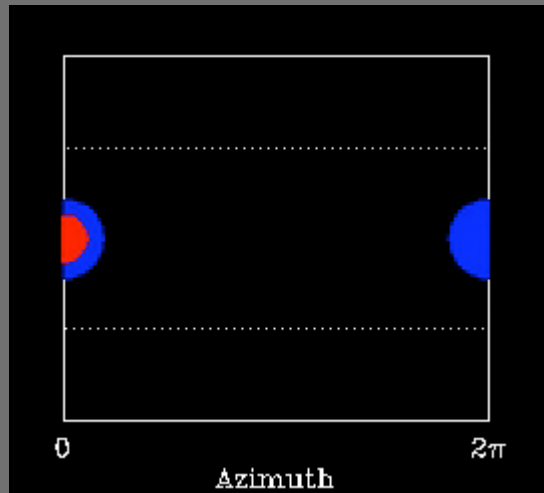
Jusqu'à présent, nous avons considéré la dynamique co-orbitale d'une planète en orbite circulaire *fixe*.

Que se passe-t-il si la planète migre ?



# Schématisation de la dynamique co-orbitale

Pour une orbite circulaire fixe

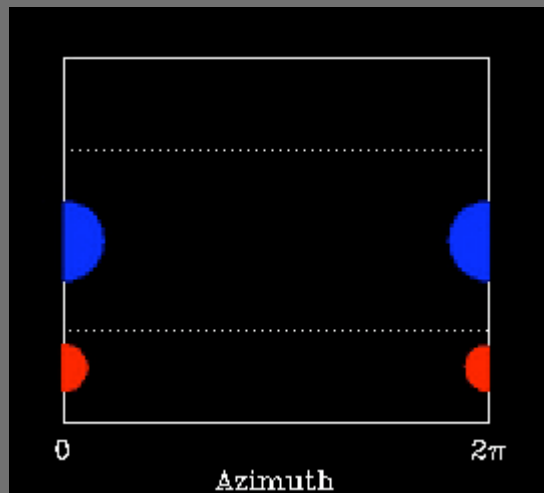


Disque externe

Région fer-à-cheval *LIBRATION*

Disque interne

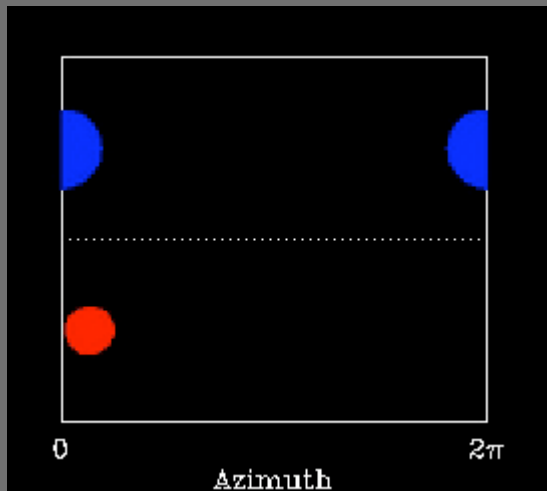
Planète élément de fluide



*CIRCULATION*

# Planète en migration : disque interne

Le repère est en corotation instantanée avec la planète.

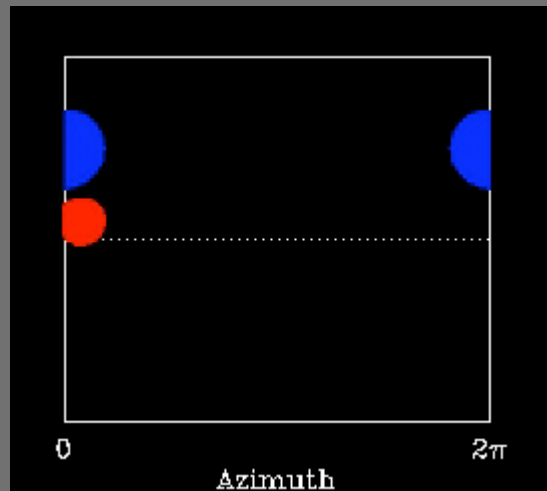


L'élément de fluide traverse la séparatrice interne et est envoyé dans le disque externe après un demi-tour « fer-à-cheval ».

Le disque interne contribue donc *négativement* au couple et exerce donc une rétroaction positive sur la migration.

# Planète en migration : région fer-à-cheval

Le repère est en corotation instantanée avec la planète.

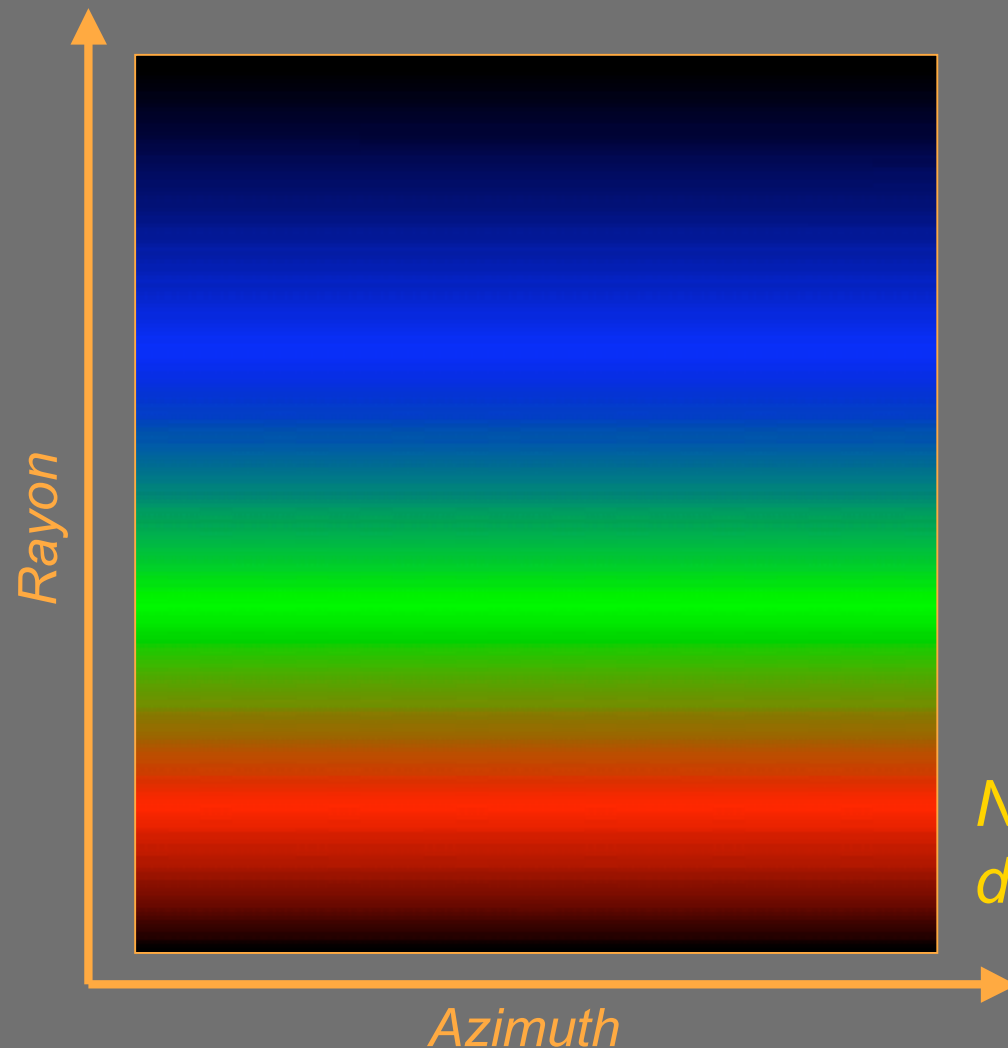


L'élément de fluide est piégé dans la région fer-à-cheval et suit donc la migration.

Il exerce en moyenne un couple positif sur la planète et donc une *rétroaction négative* sur la migration.

# Piégeage du matériel coorbital : illustration

On suit l'évolution temporelle d'un scalaire passif.



Le matériel coorbital est piégé dans la région fer-à-cheval. Il participe à la migration.

Il doit perdre du moment angulaire spécifique au même taux que la planète.

*Noter la grande similarité dérive visqueuse / migration...*

## Rétroaction sur la migration : positive ou négative ?

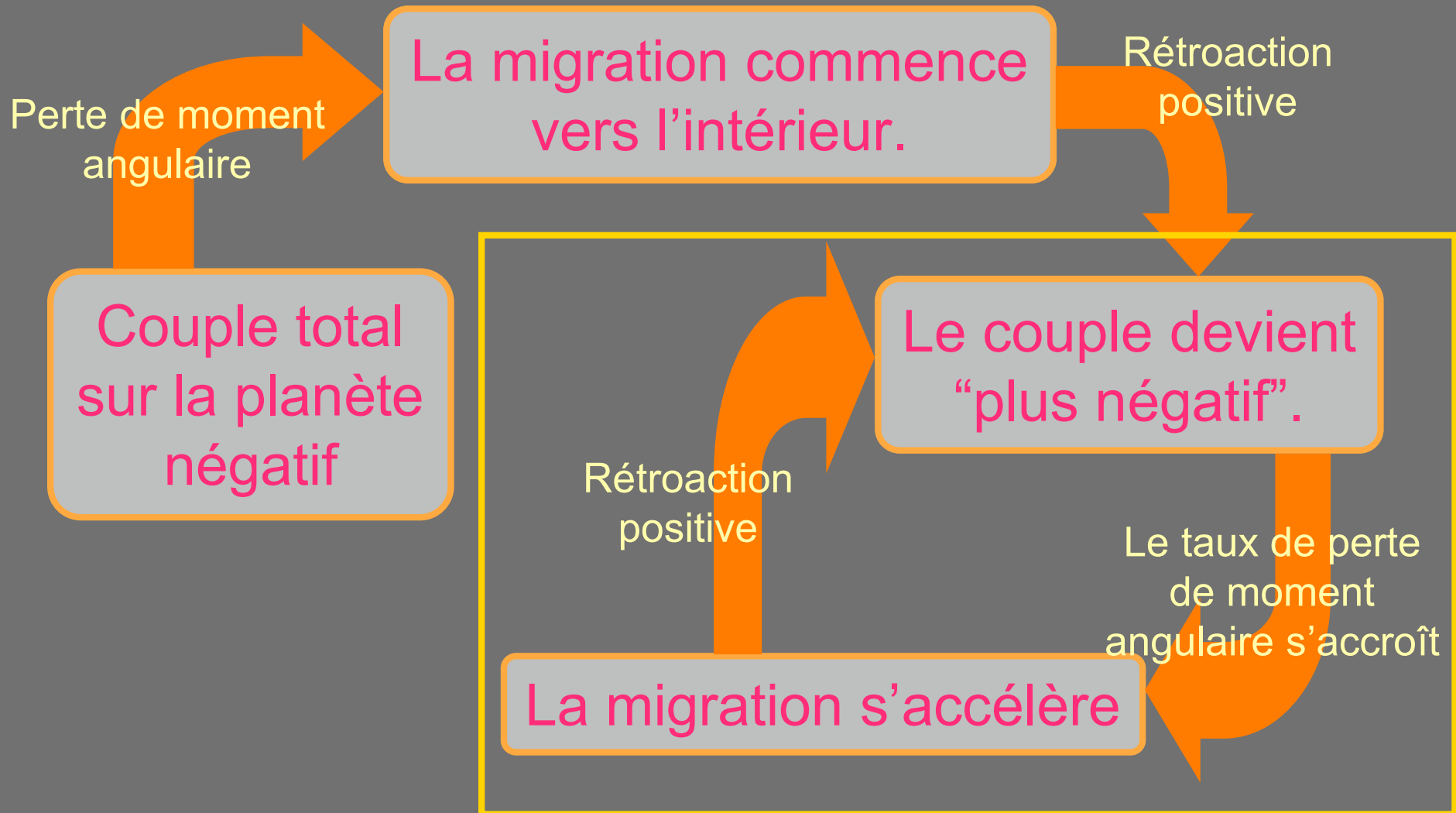
- La rétroaction du disque interne ou externe est positive
- La rétroaction de la région fer-à-cheval est négative

Résultat net: il s'annulent si la densité de surface est uniforme.

Nous considérons des planètes pour lesquelles la région coorbitale est (légèrement ou pas) déplétée.

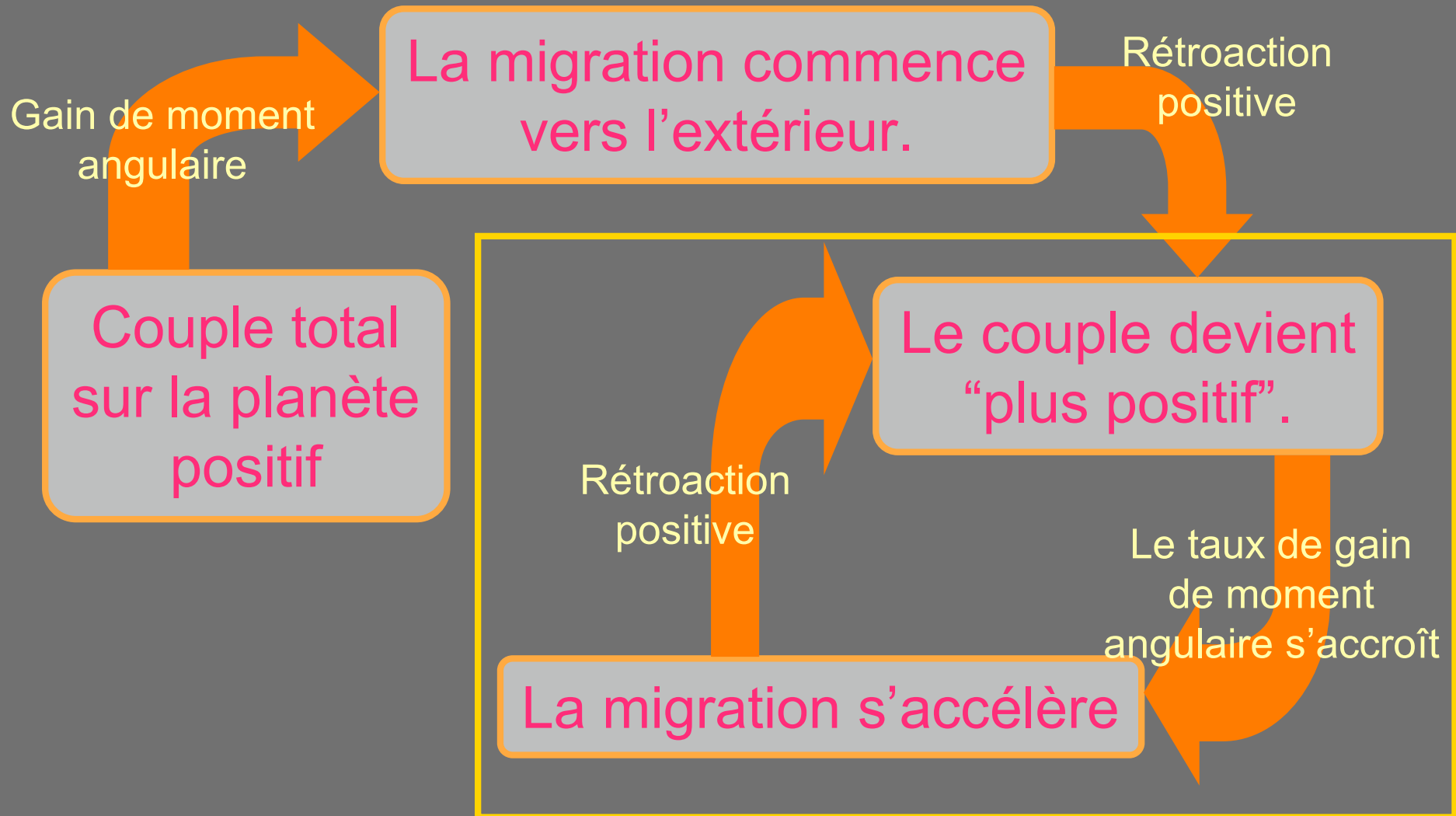
→ La rétroaction nette est POSITIVE.

# Principe de l'emballement



## Emballement ?

# Principe de l'emballement

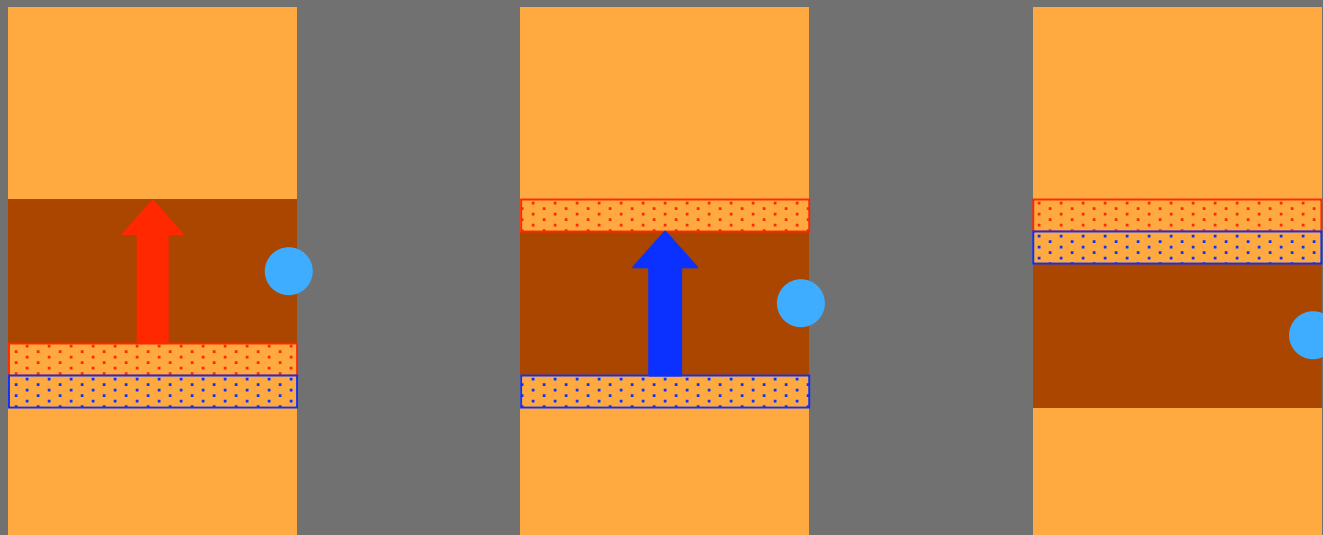


## Emballement ?

## Bilan de moment angulaire

Sans rétroaction, le moment angulaire perdu par la protoplanète est transporté au loin par le sillage.

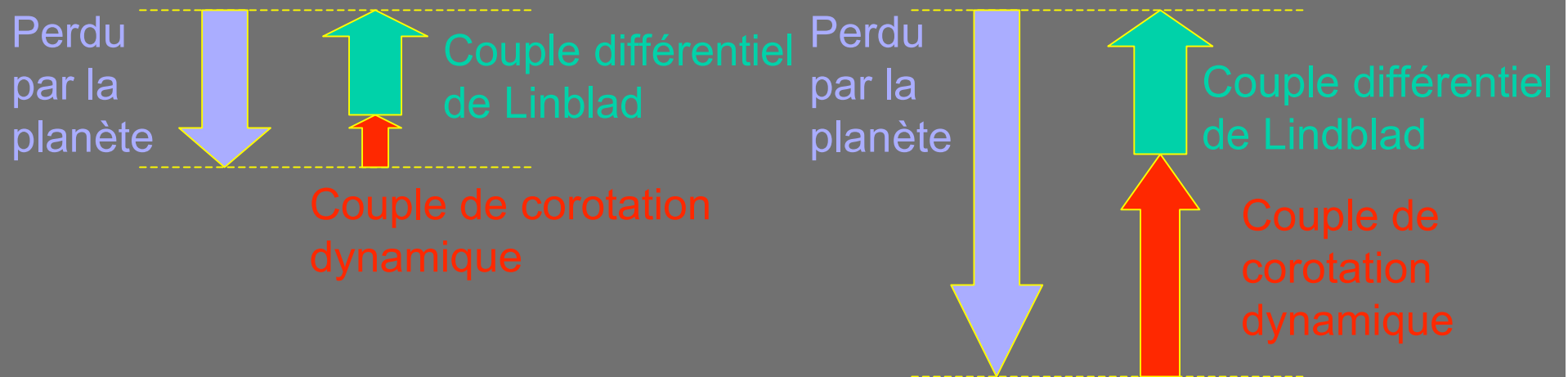
La dynamique coorbitale aide à stocker une partie de ce moment angulaire perdu par la planète dans les éléments de fluide déplacés vers l'extérieur de la région fer-à-cheval.





## Rôle de la masse du disque

Plus le disque est massif, plus grande est la fraction du moment angulaire perdu par la planète qui est absorbée par la dynamique coorbitale.



Disque de faible masse

Disque de grande masse

## Condition d'emballement

Pour une certaine masse du disque, le moment angulaire perdu par la planète est exactement compensé par la dynamique coorbitale.

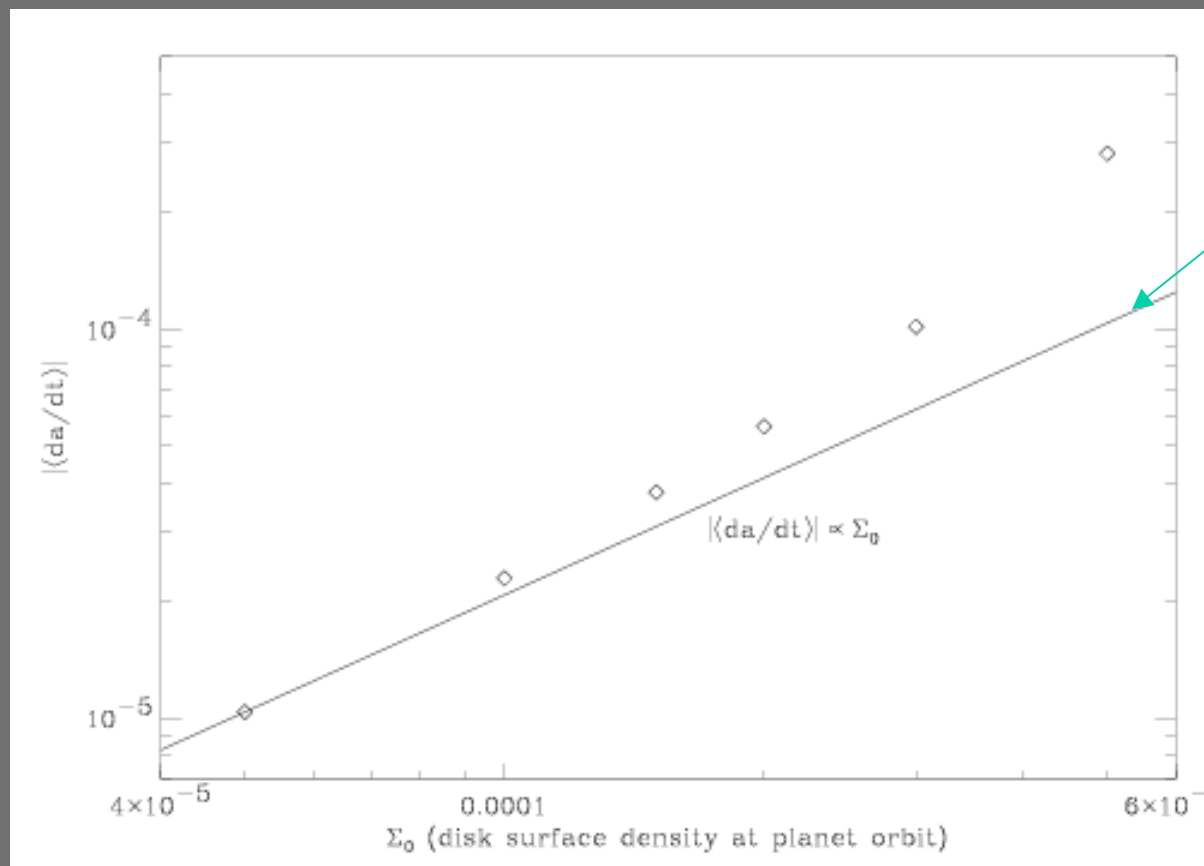
La planète devient alors extrêmement mobile dans le disque.

Au-dessus de cette masse critique, la migration s'emballe.

Sous cette masse critique, la migration est régulière, mais croît plus vite que linéairement avec la masse du disque.

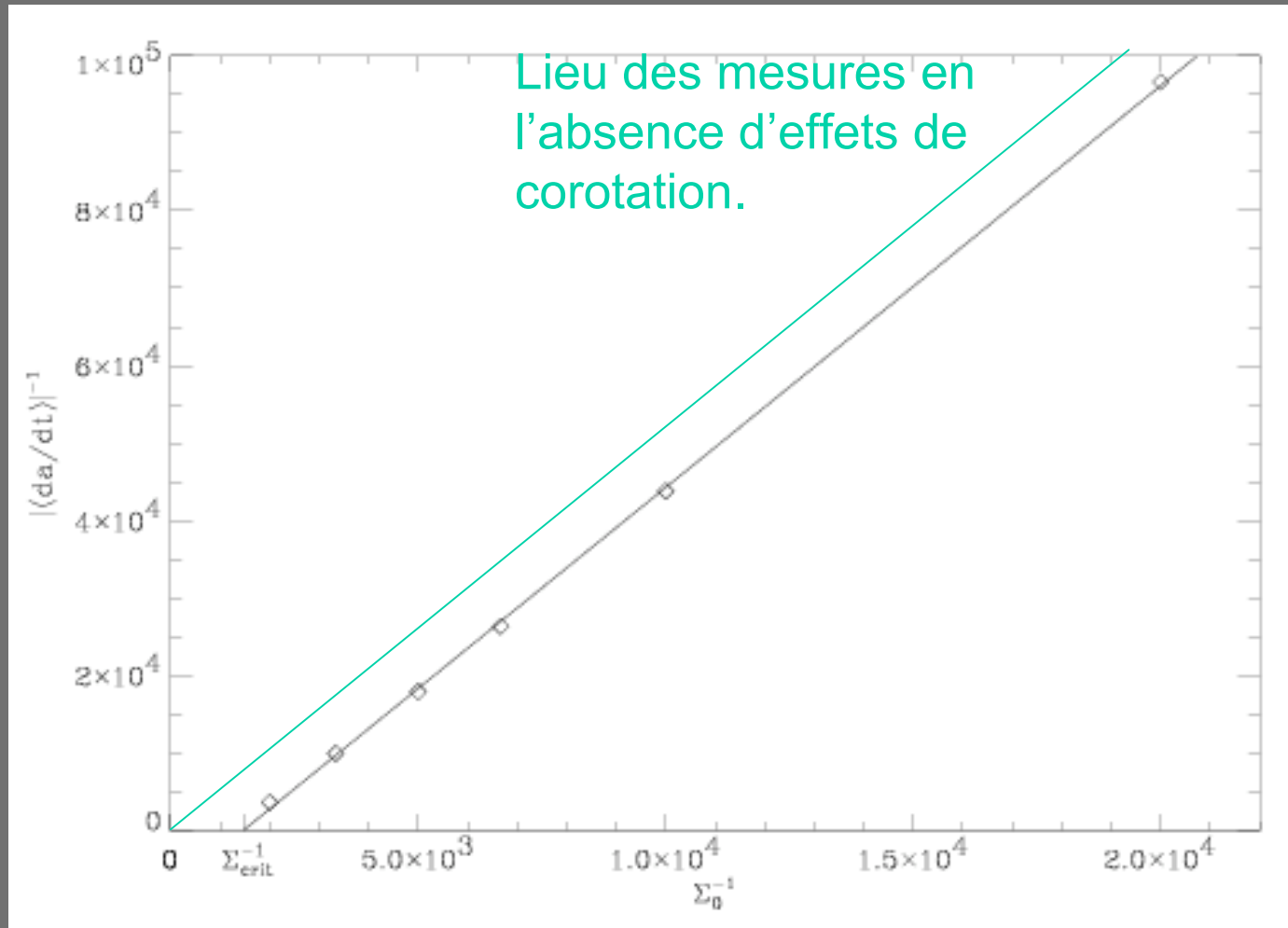
## Exemple numérique

Planète de masse saturnienne, maintenue sur orbite circulaire fixe, puis “lâchée” dans des disques de masse croissante.



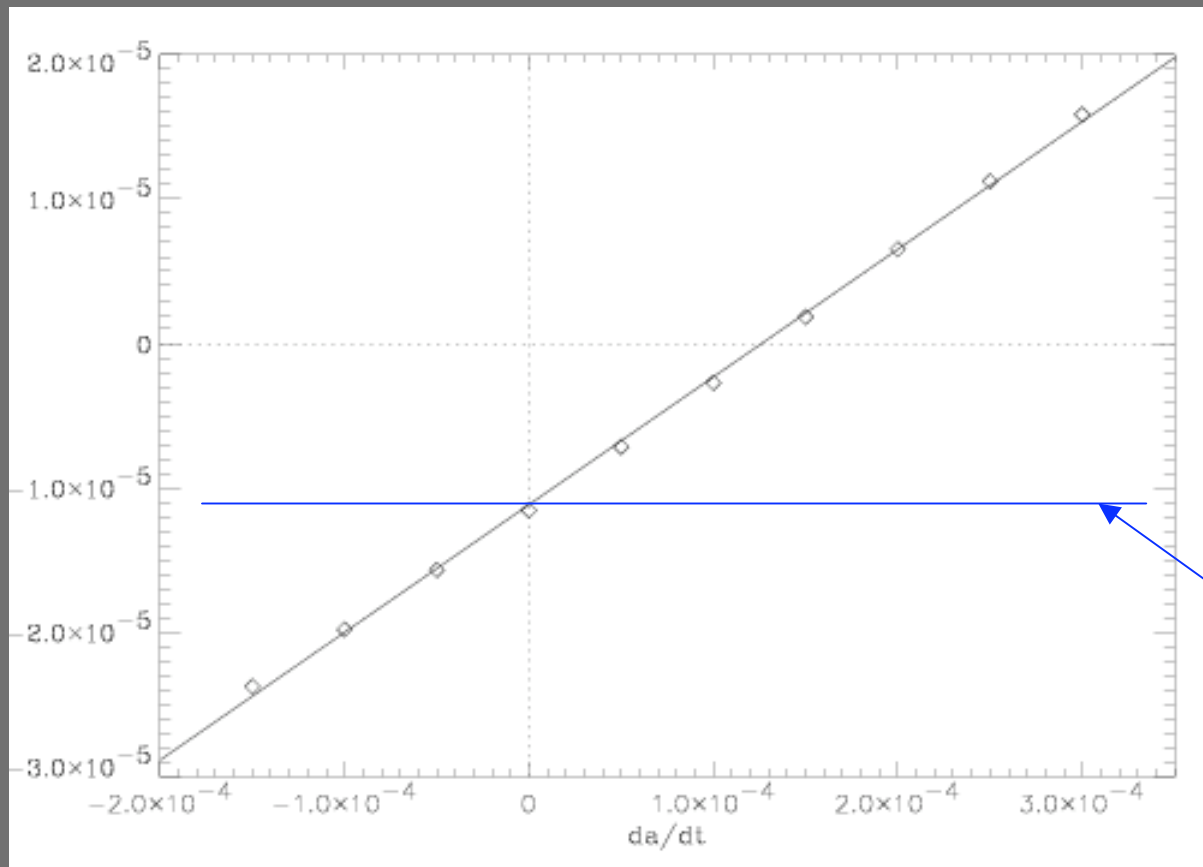
Lieu des mesures si seul le couple différentiel de Lindblad était à l'oeuvre.

# Dépendance de $da/dt$ en la masse du disque



## Couple total en fonction de la vitesse

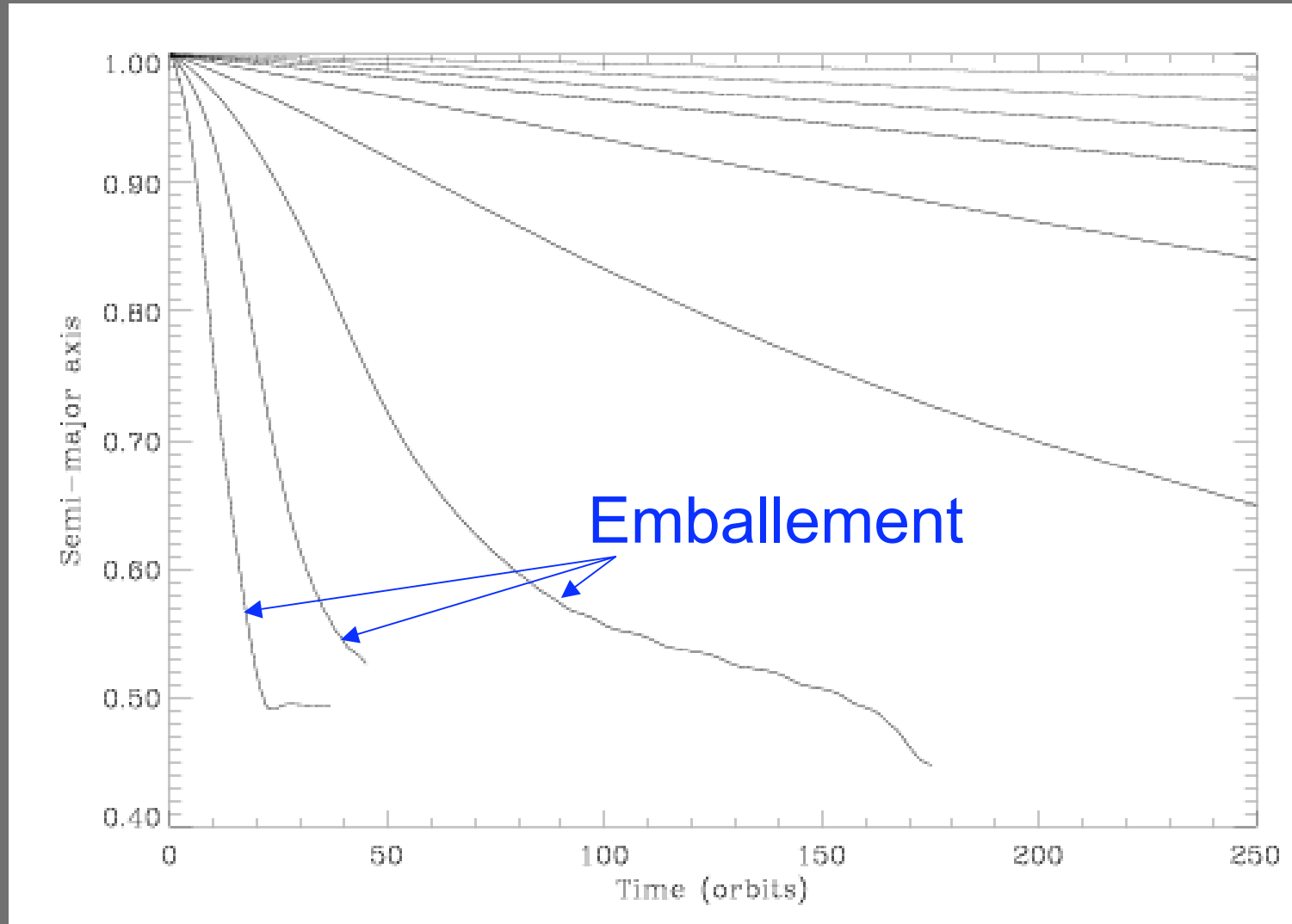
La planète est maintenue sur une trajectoire à  $da/dt$  fixe.



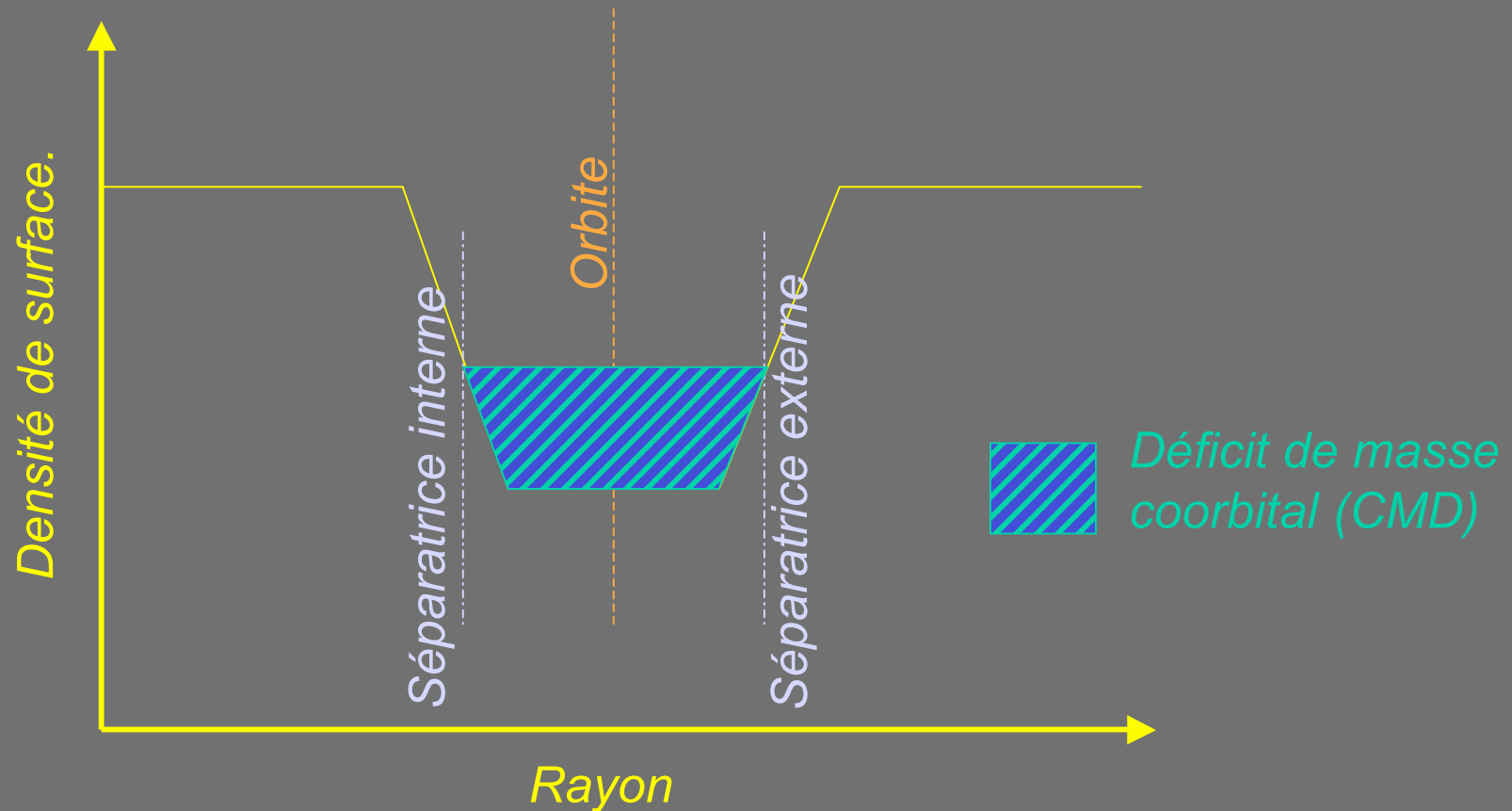
Le couple total est mesuré sur un grand interval de temps (100 orbites).

Lieu des mesures sans effet de couple de corotation

# Au-dessus de la masse critique, la migration s'emballe



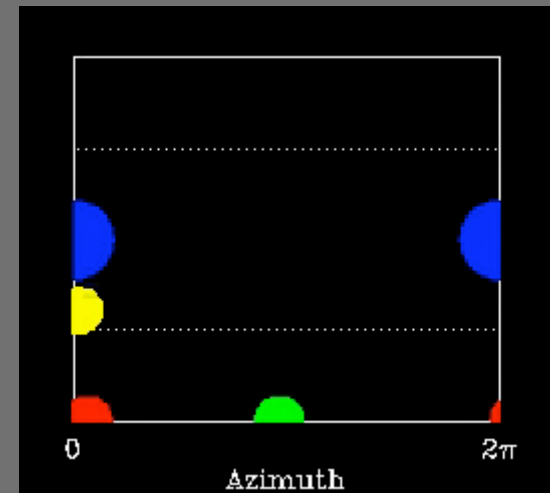
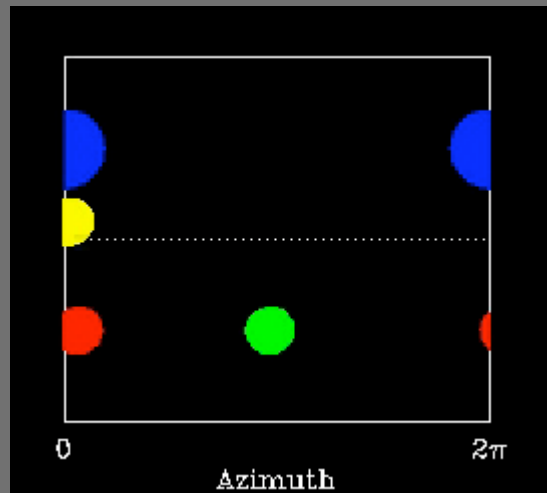
# Critère d'emballement : déficit de masse coorbital



$\text{CMD} > \text{masse de la planète} \rightarrow \text{Emballement}$   
 $\text{CMD} < \text{masse de la planète} \rightarrow \text{migration régulière}$

# Vitesse maximale de la migration emballée

Dynamique coorbitale en régime rapide.



La région piégée rétrécit.

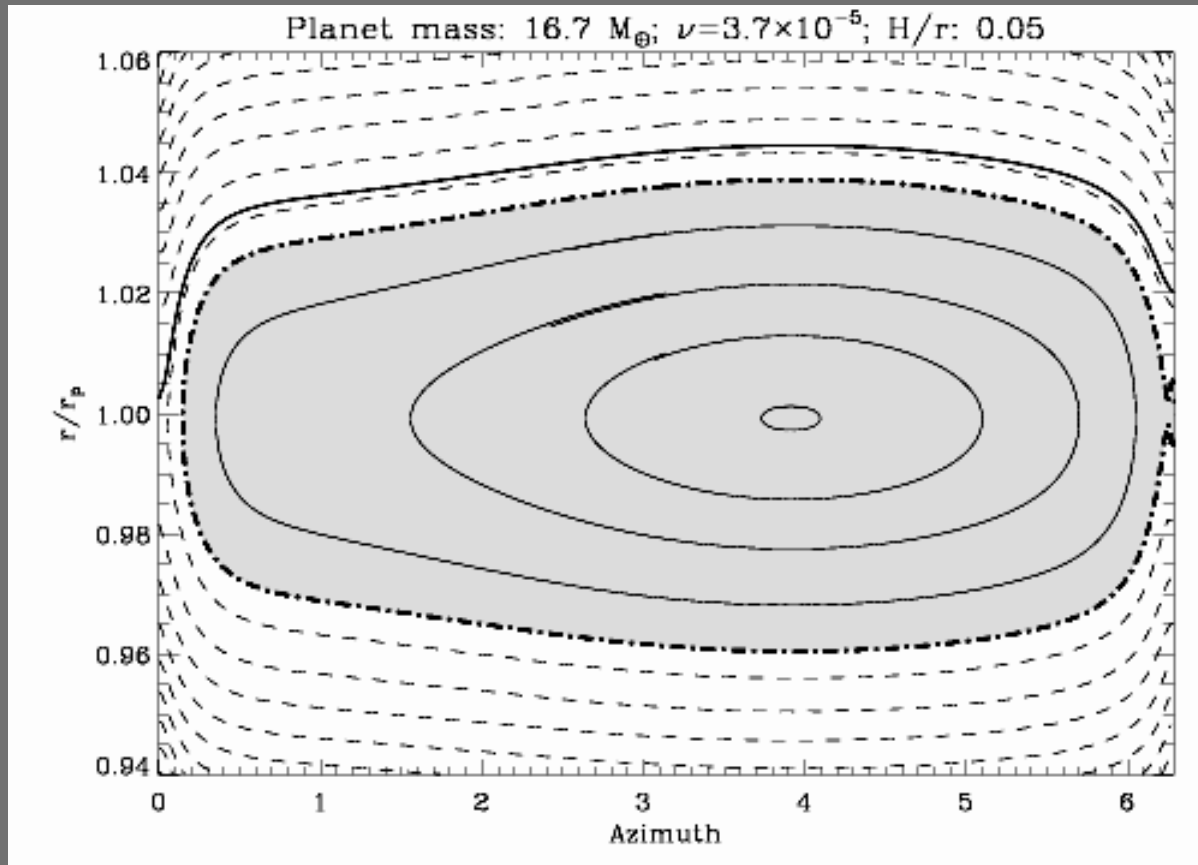
Des éléments de fluide du disque interne *manquent* la planète



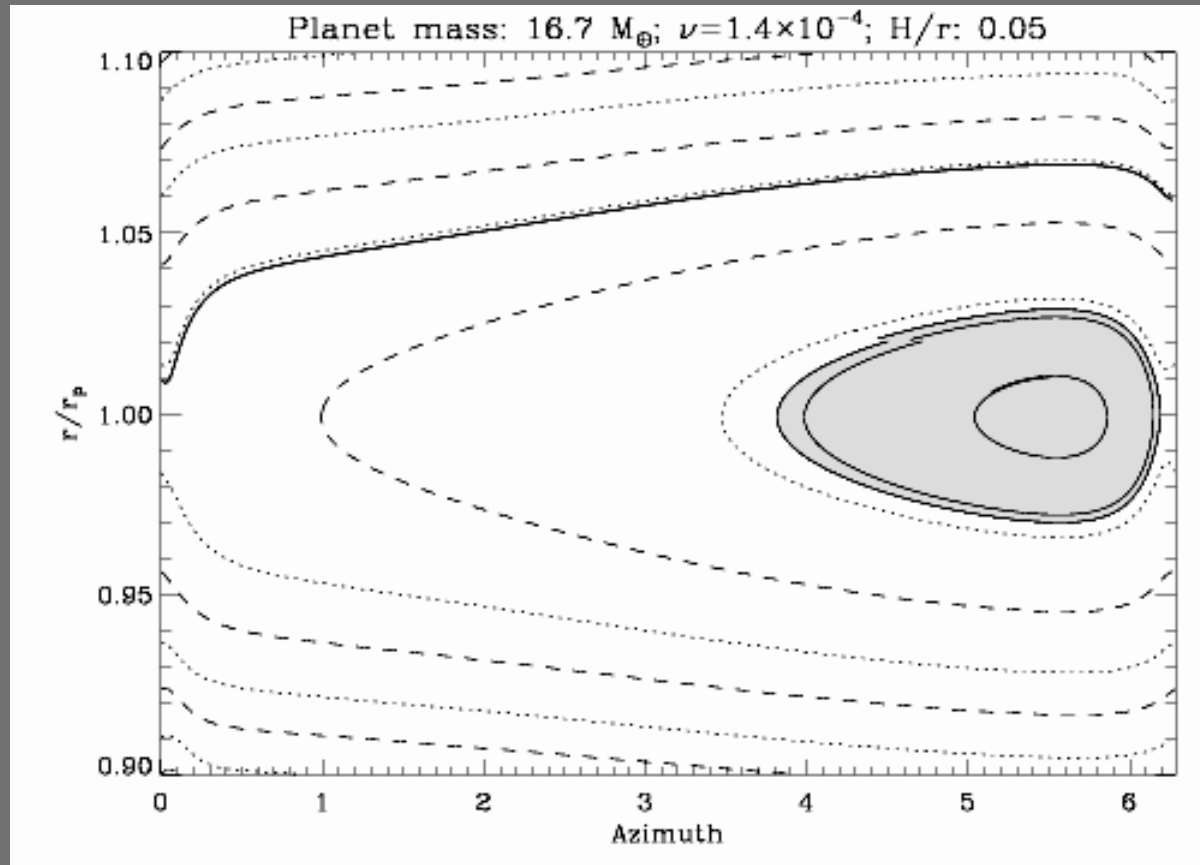
C'est le régime de la migration *rapide*.



# Exemple de dérivation lente

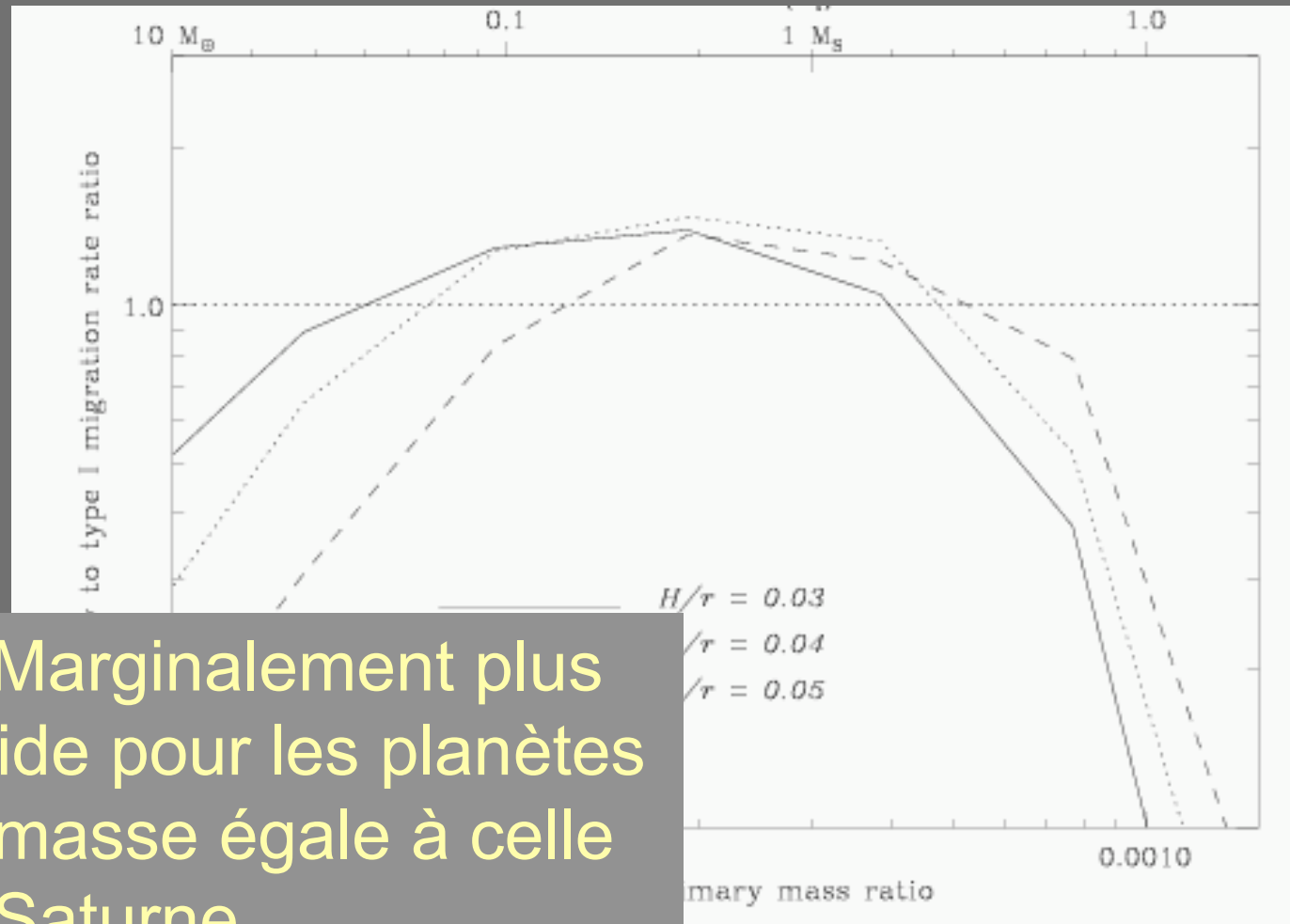


# Exemple de dérive rapide



# Cut-off du couple : taux de migration maximal

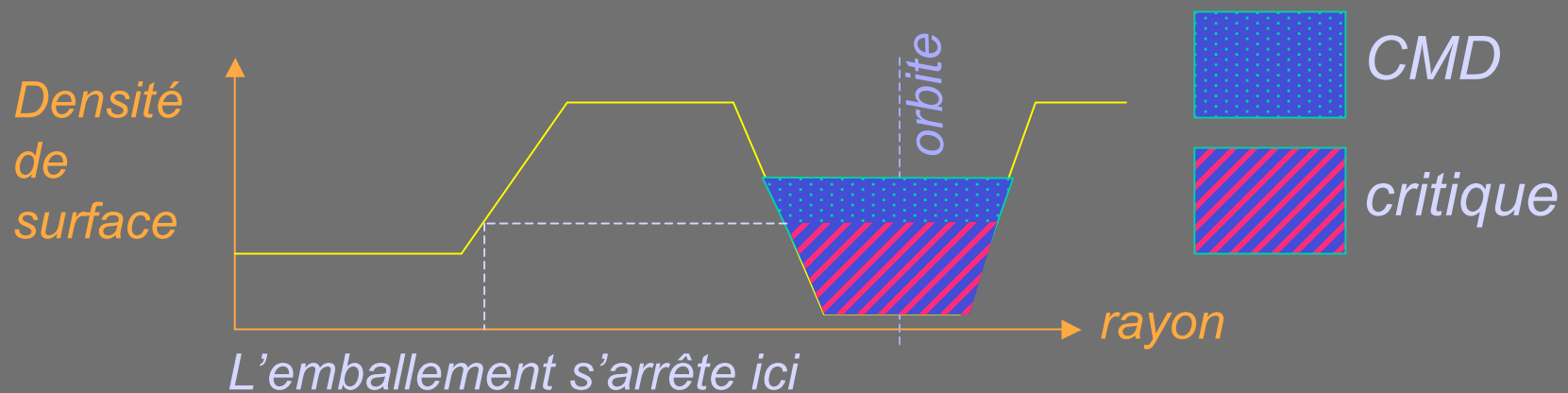
## Comparaison avec la migration de type I



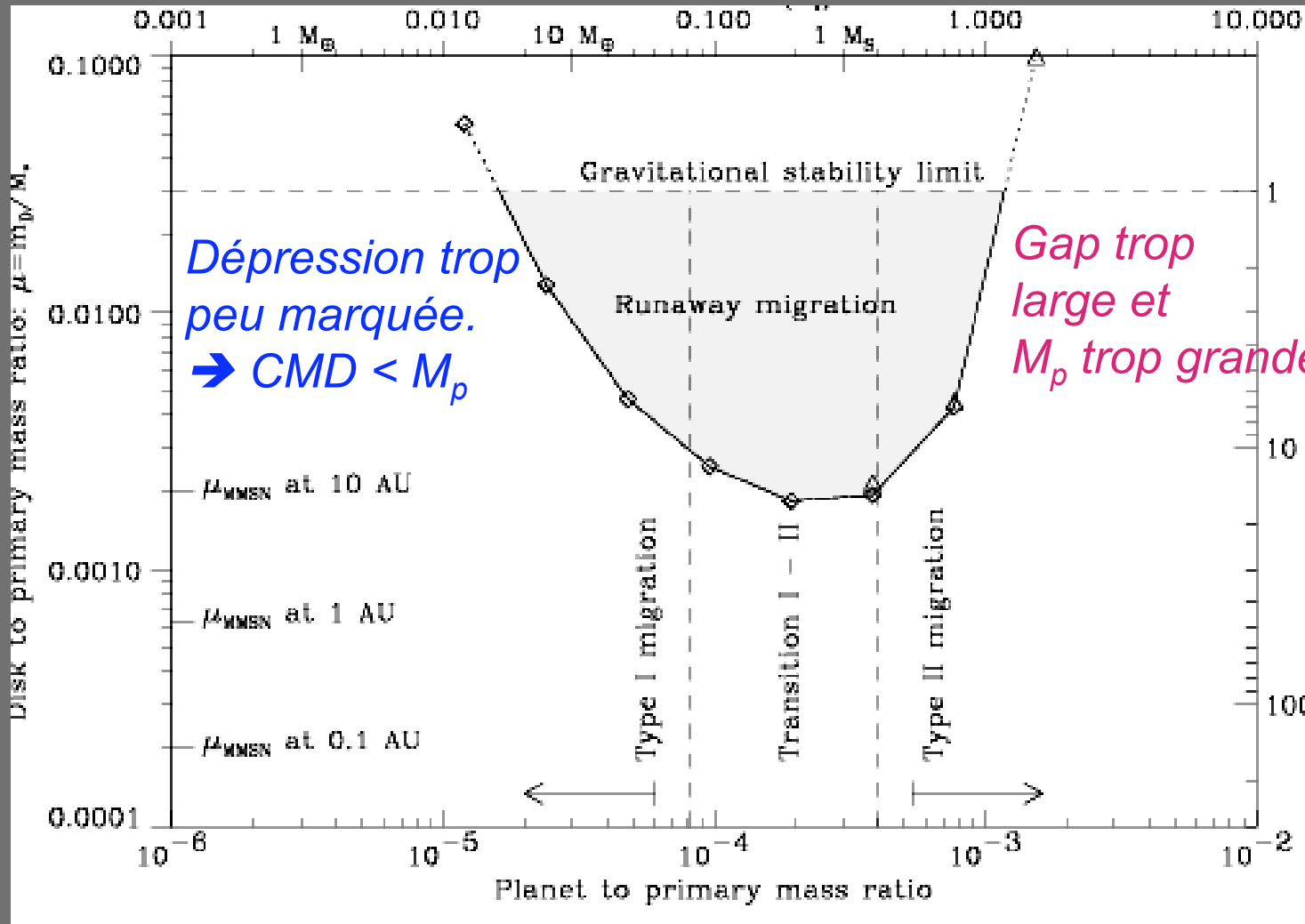
→ Marginalement plus rapide pour les planètes de masse égale à celle de Saturne

## Quand s'arrête un emballement ?

- La région coorbitale n'est pas strictement piégée  
→ *Le déficit de masse coorbital peut être perdu.*
- Si la séparatrice amont rencontre une région de densité trop basse, le CMD peut redevenir inférieur à la masse de la planète et l'emballement s'arrête.



# Emballlement : quelle planète, dans quels disques ?



# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

### Région co-orbitale des protoplanètes

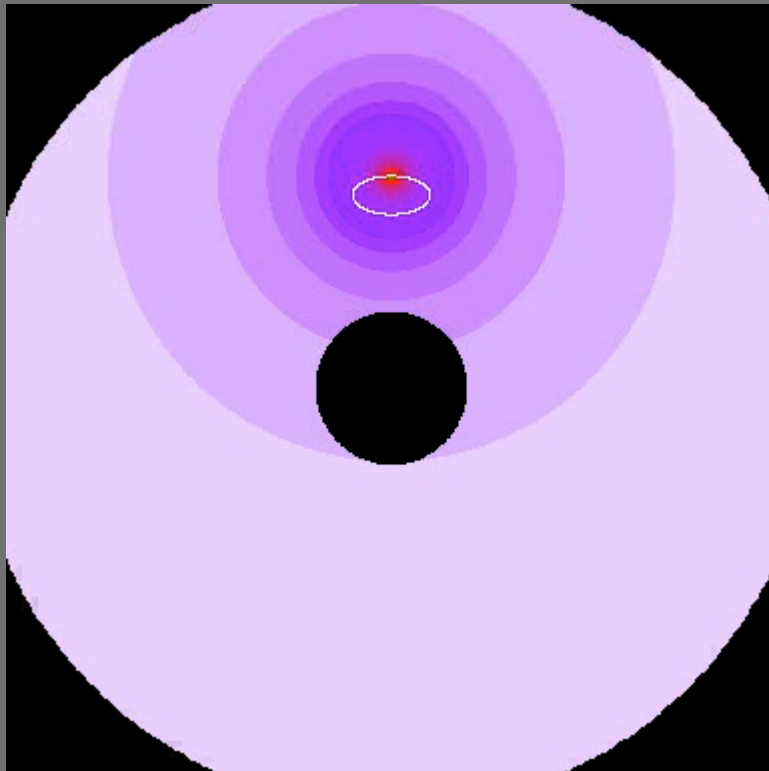
- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

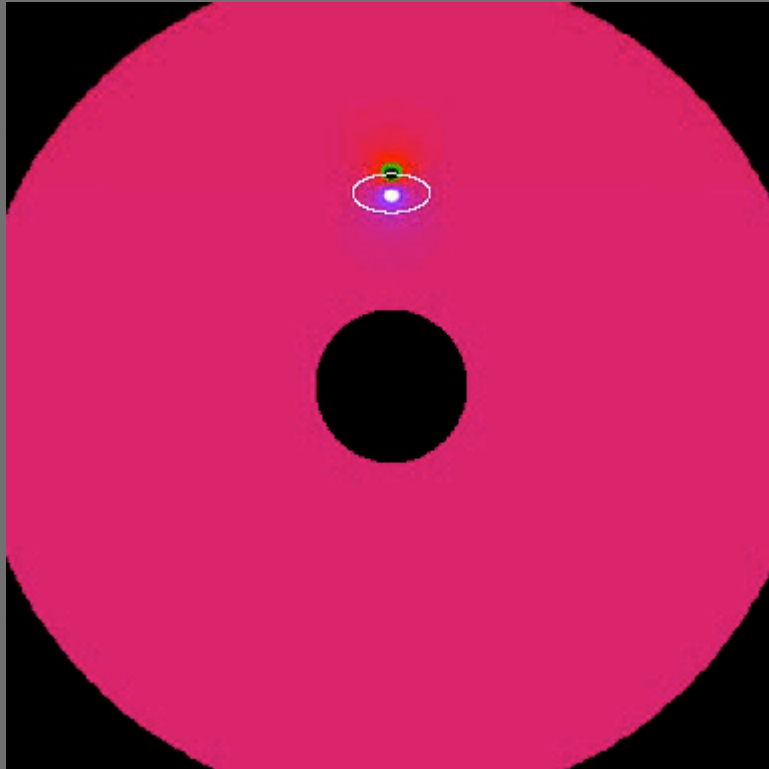
## Résonances d'une planète excentrique

Nous avons vu les résonances excitées par une planète en orbite circulaire. Toutes les ondes émises (et donc le sillage) avaient la même fréquence que la planète.



Potentiel de la planète, vu dans le référentiel tournant

# Résonances d'une planète excentrique

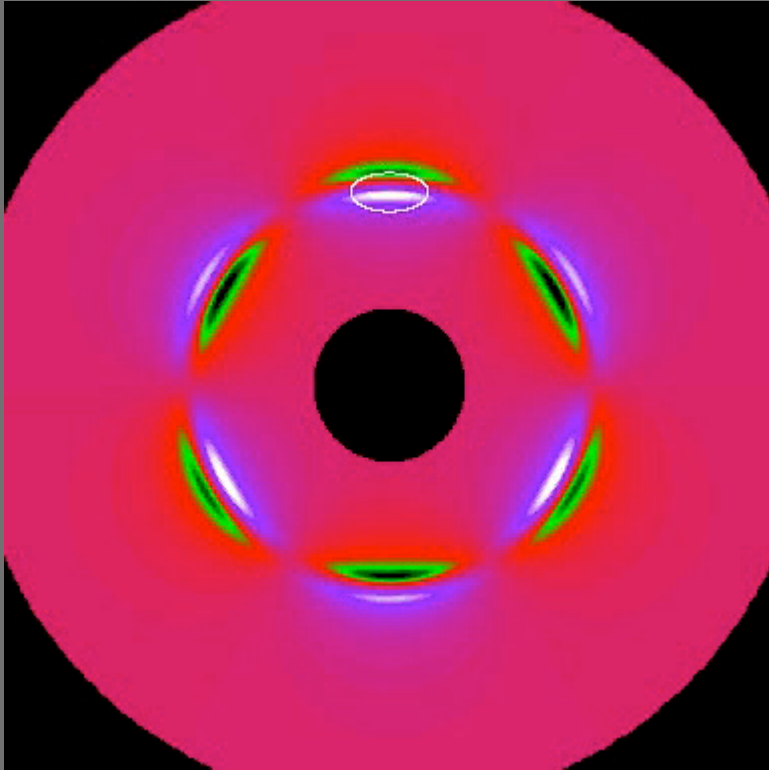


Potentiel de la planète =  
Potentiel en orbite circulaire  
+  
résidu

L'animation montre le résidu



# Résonances d'une planète excentrique

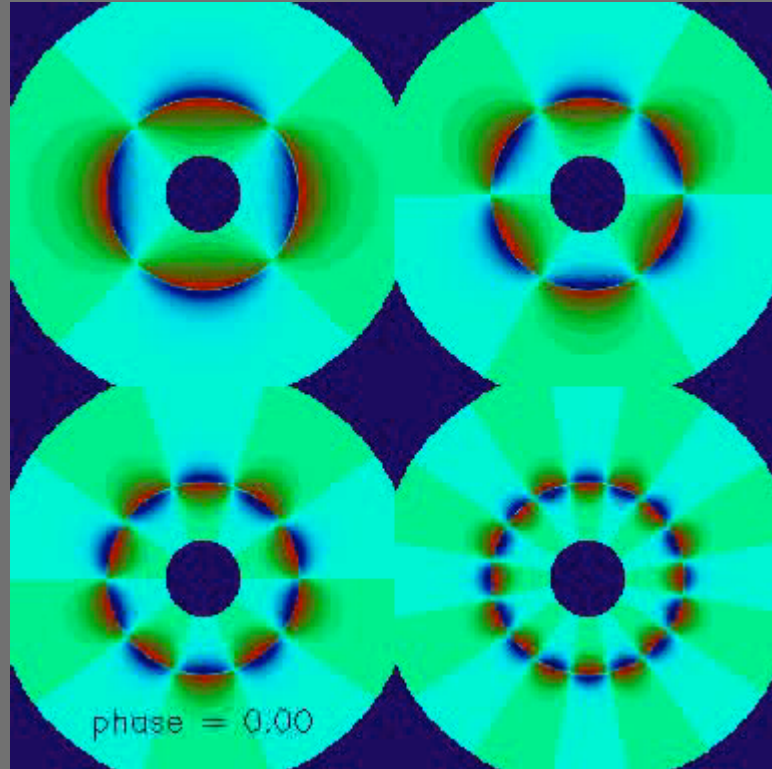


Comme dans le cas circulaire, on considère les composantes de Fourier azimuthale de ce potentiel. Ici, le cas du  $m=6$ .

Dans le référentiel tournant, on voit apparaître des composantes du potentiel qui sont progrades ou rétrogrades.

Dans le référentiel tournant, elles sont plus rapides ou plus lentes que la planète.

# Résonances d'une planète excentrique



Comme dans le cas circulaire, on considère les composantes de Fourier azimuthale de ce potentiel. Ici, le cas du  $m=6$ .

Dans le référentiel tournant, on voit apparaître des composantes du potentiel qui sont progrades ou rétrogrades.

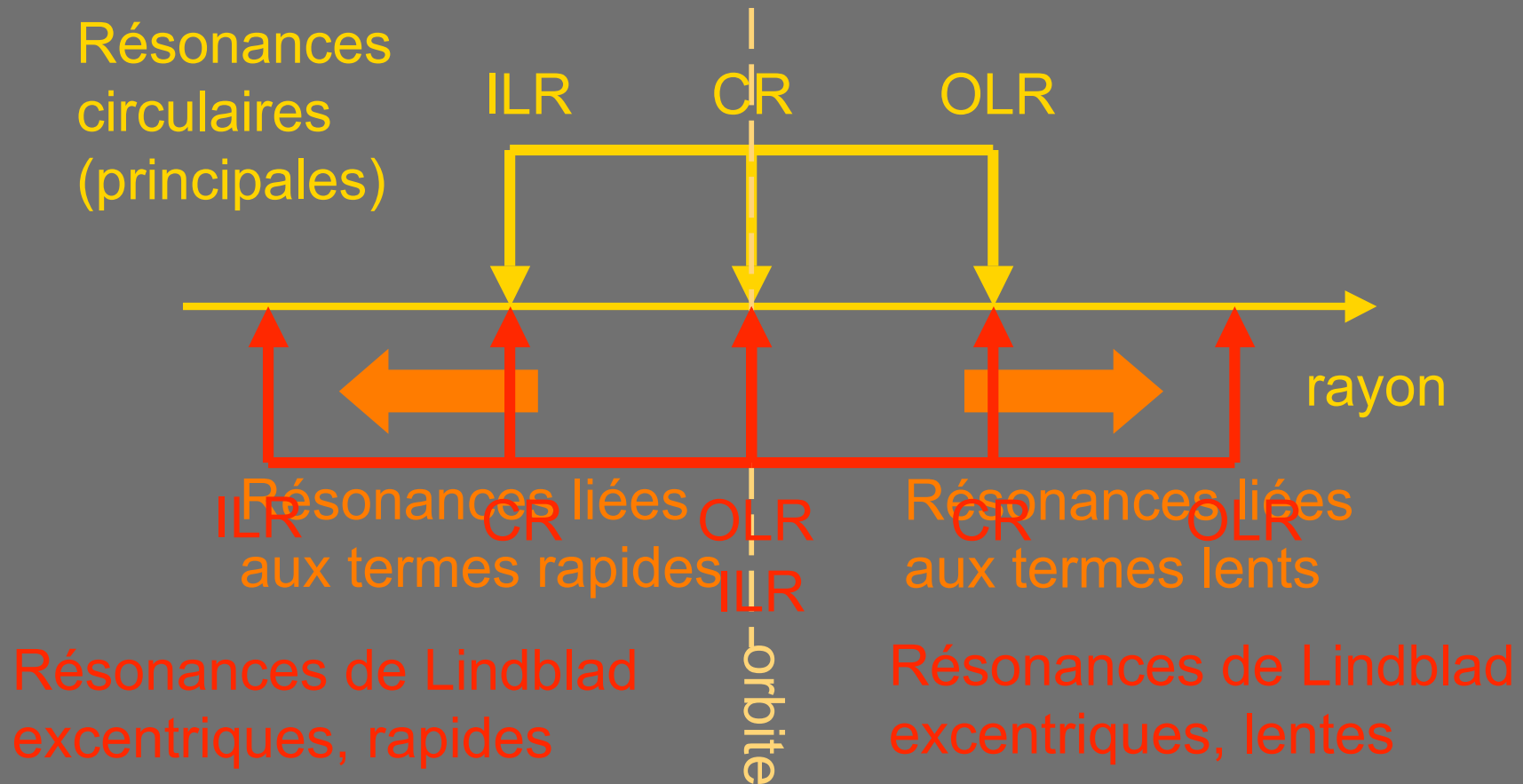
Dans le référentiel tournant, elles sont plus rapides ou plus lentes que la planète.

# Résonances d'une planète excentrique

A chacune de ces composantes est associée, comme précédemment, une résonance de Lindblad interne, une résonance de Lindblad externe, et une résonance de corotation.

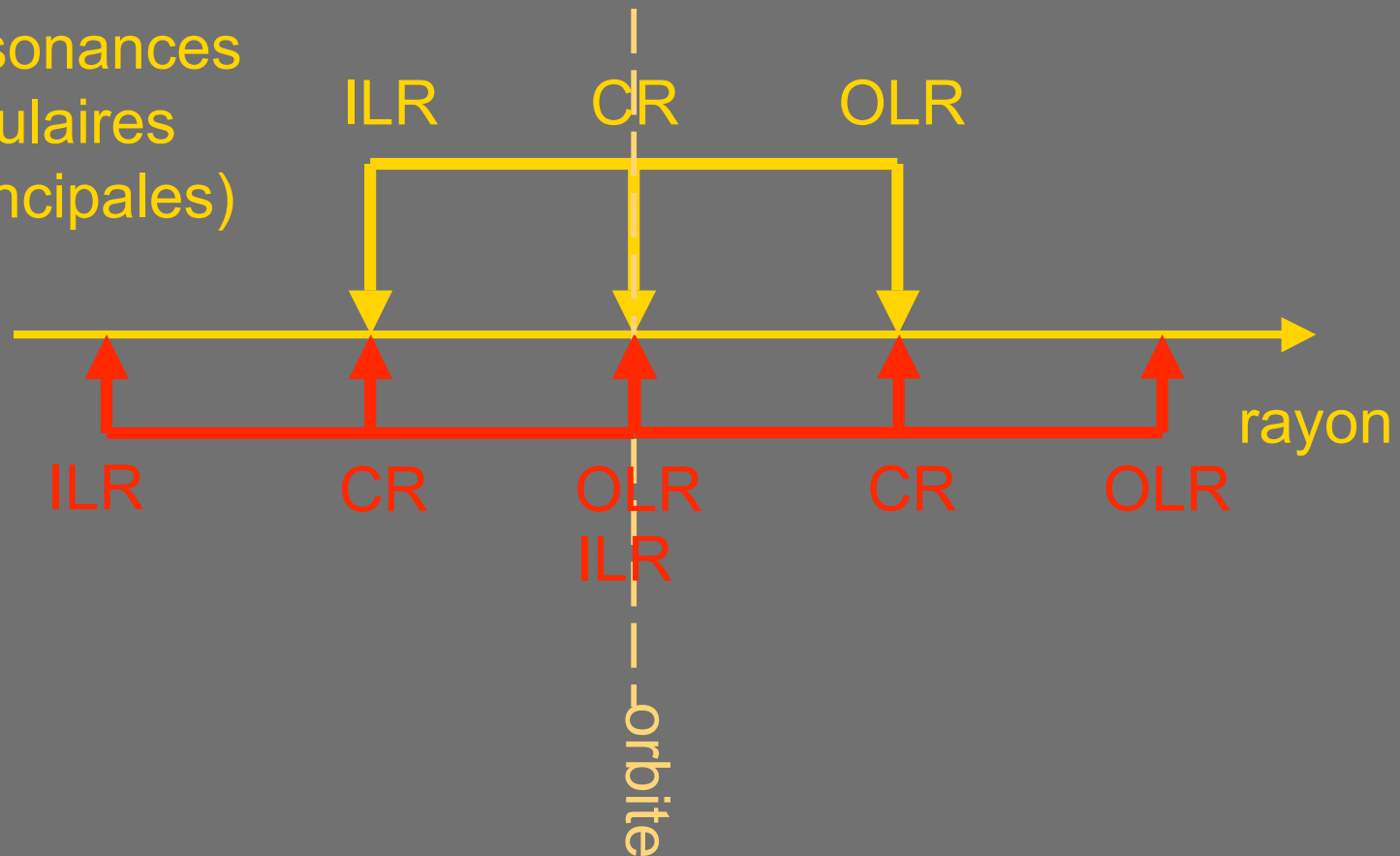
Les résonances des composantes rapides sont décalées vers l'intérieur (hautes fréquences), alors que les résonances des composantes lentes sont décalées vers l'extérieur (basses fréquences).

# Position des résonances



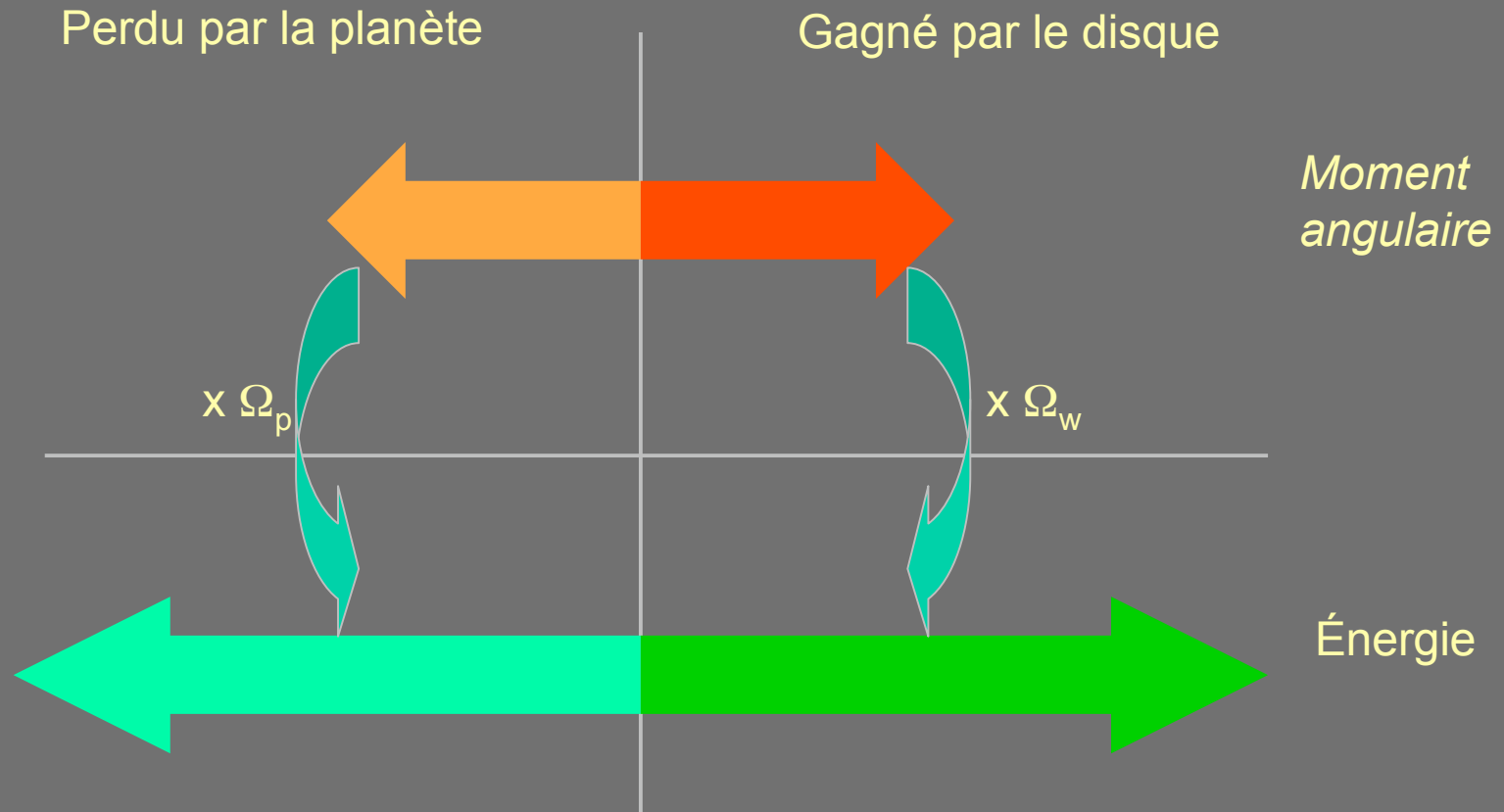
# Position des résonances

Résonances  
circulaires  
(principales)



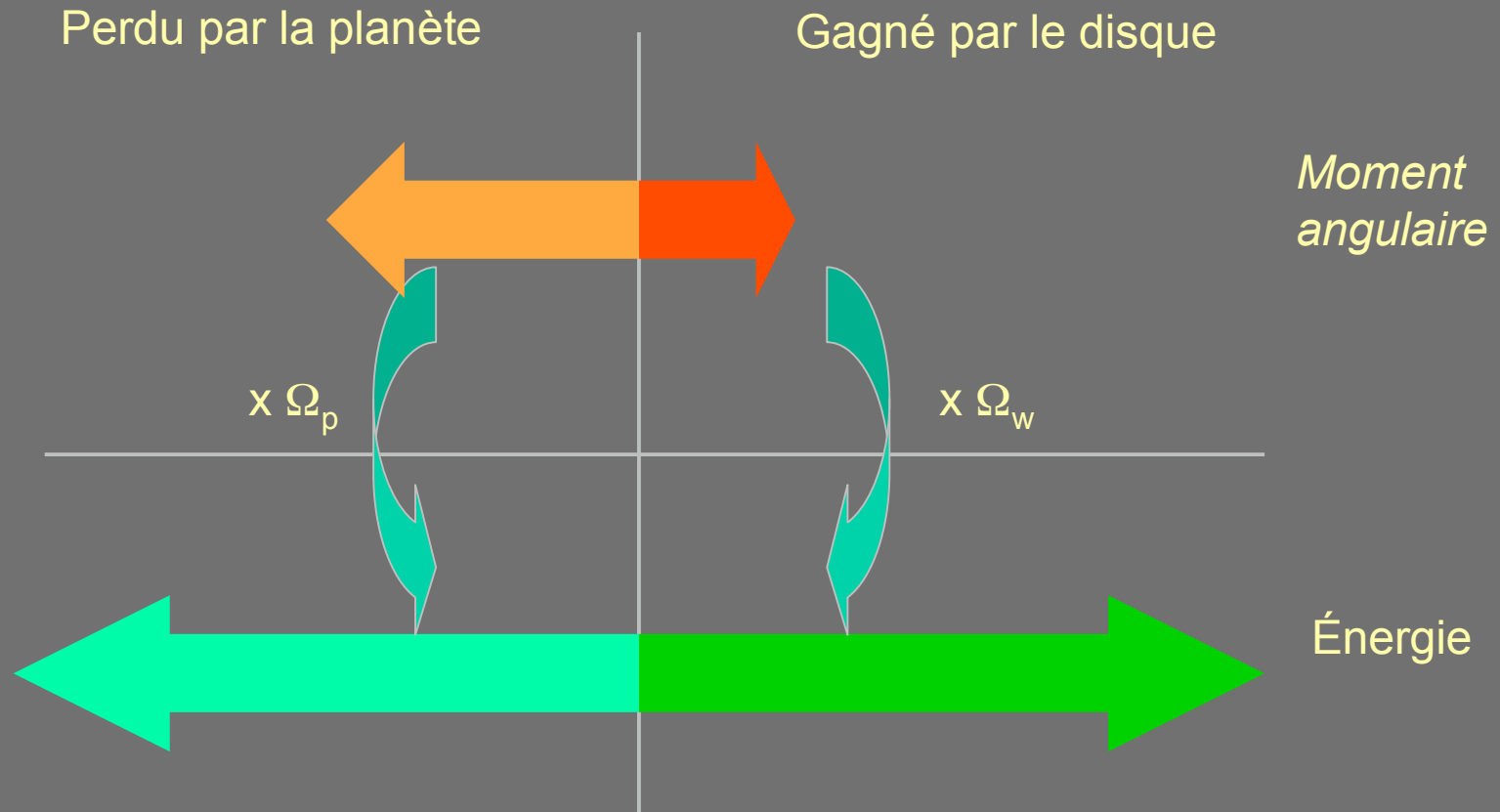
L'amplitude des termes liés aux résonances excentriques est proportionnelle à l'excentricité.

# Impact sur l'excentricité



Pour les ondes émises aux résonances circulaires, la conservation simultanée de l'énergie et du moment angulaire est automatiquement assurée, sans ajuster  $e$ .

# Impact sur l'excentricité



Pour les ondes émises aux résonances excentriques, ce n'est plus le cas. Pour les conserver simultanément, il faut ajuster  $e$ .

# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

### Région co-orbitale des protoplanètes

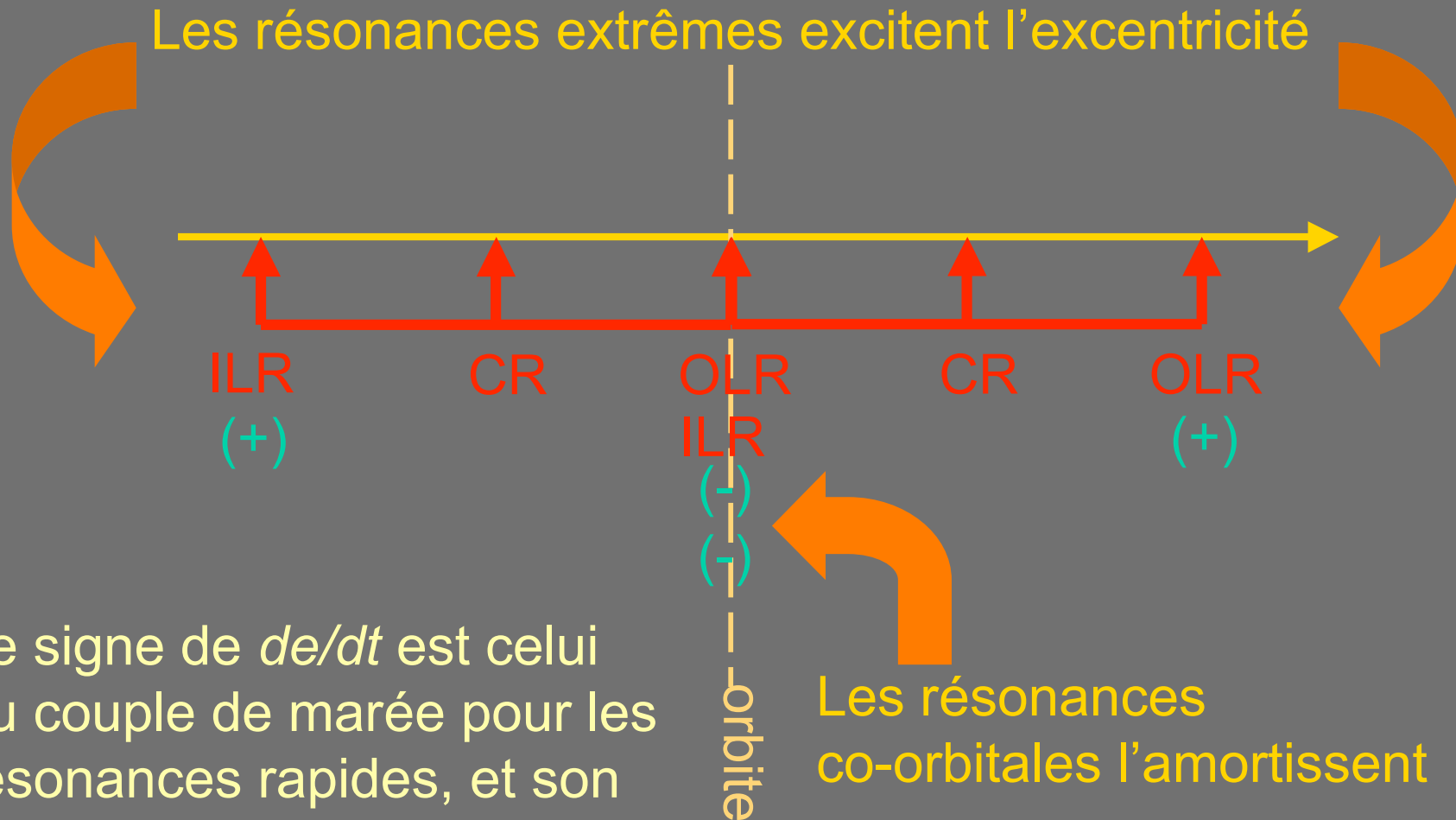
- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

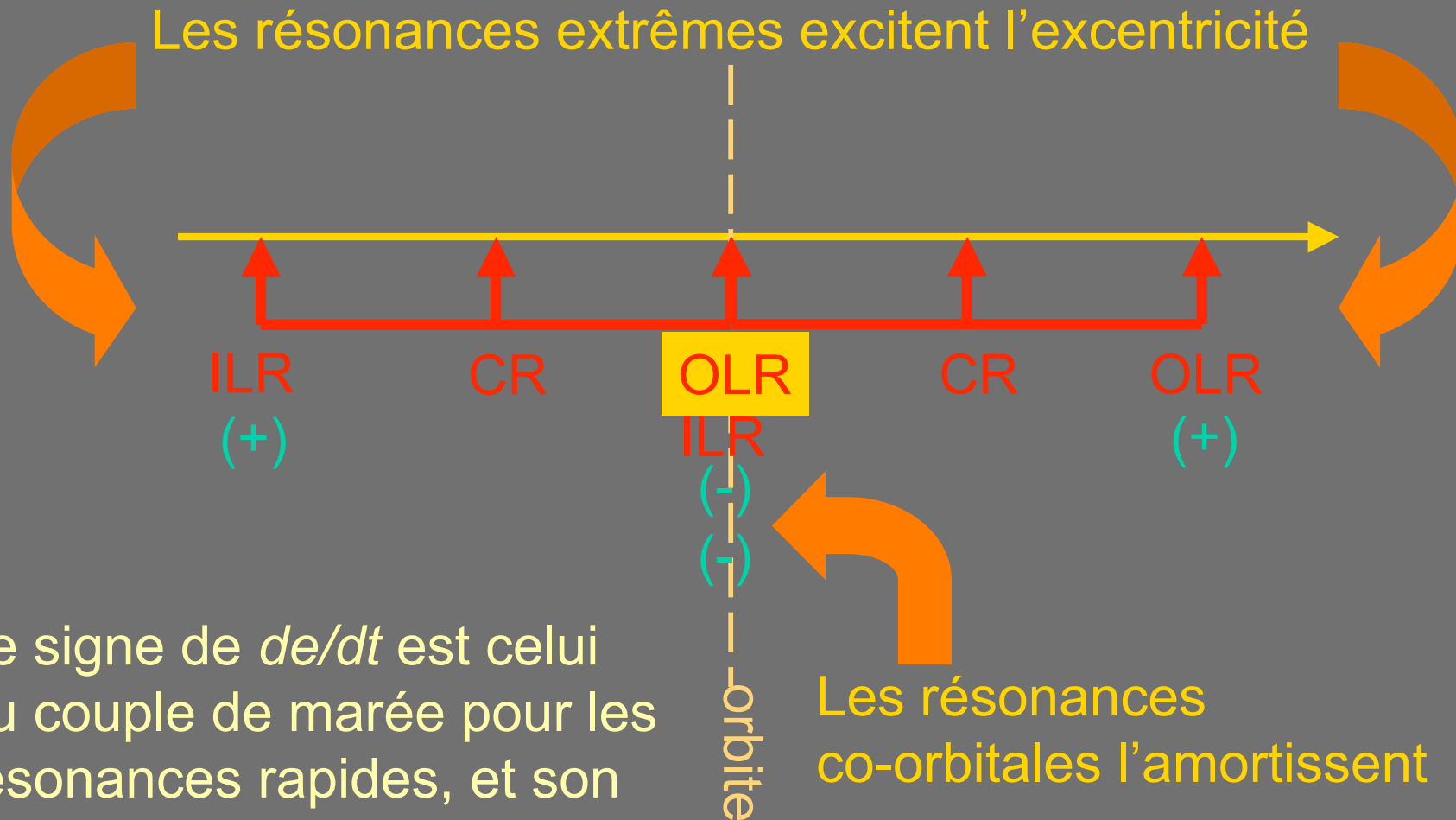


# Impact sur l'excentricité



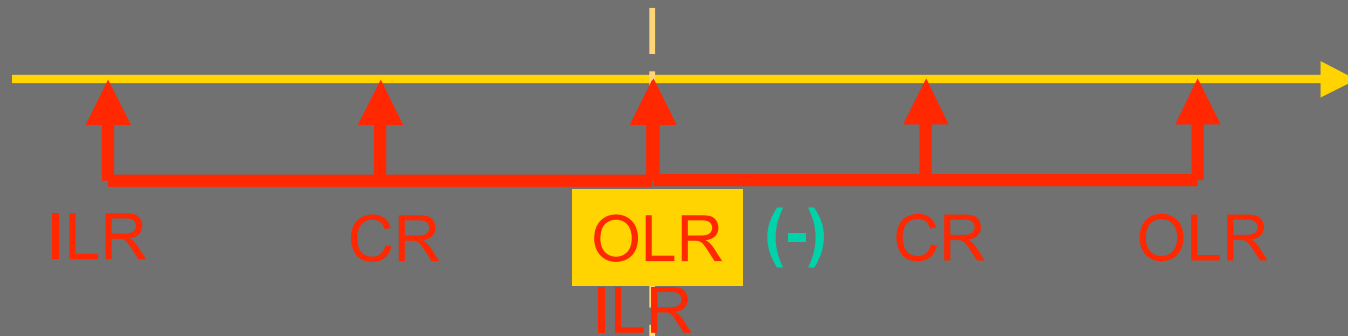
Le signe de  $de/dt$  est celui du couple de marée pour les résonances rapides, et son opposé pour les lentes.

# Impact sur l'excentricité



Le signe de  $de/dt$  est celui du couple de marée pour les résonances rapides, et son opposé pour les lentes.

# Impact sur l'excentricité



Perdu par la planète

Gagné par le disque

La planète perd trop de moment angulaire.

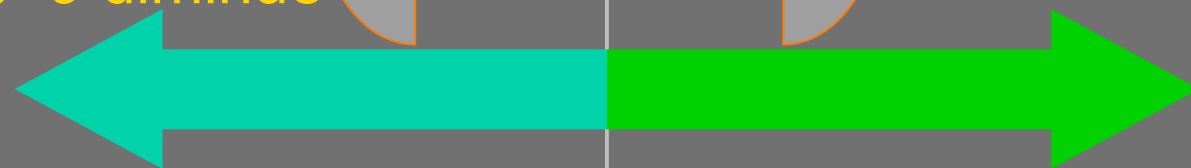
Elle doit en regagner, à énergie constante →  $e$  diminue



Moment angulaire

$/ \Omega_p$

$/ \Omega_w (\Omega_w > \Omega_p)$



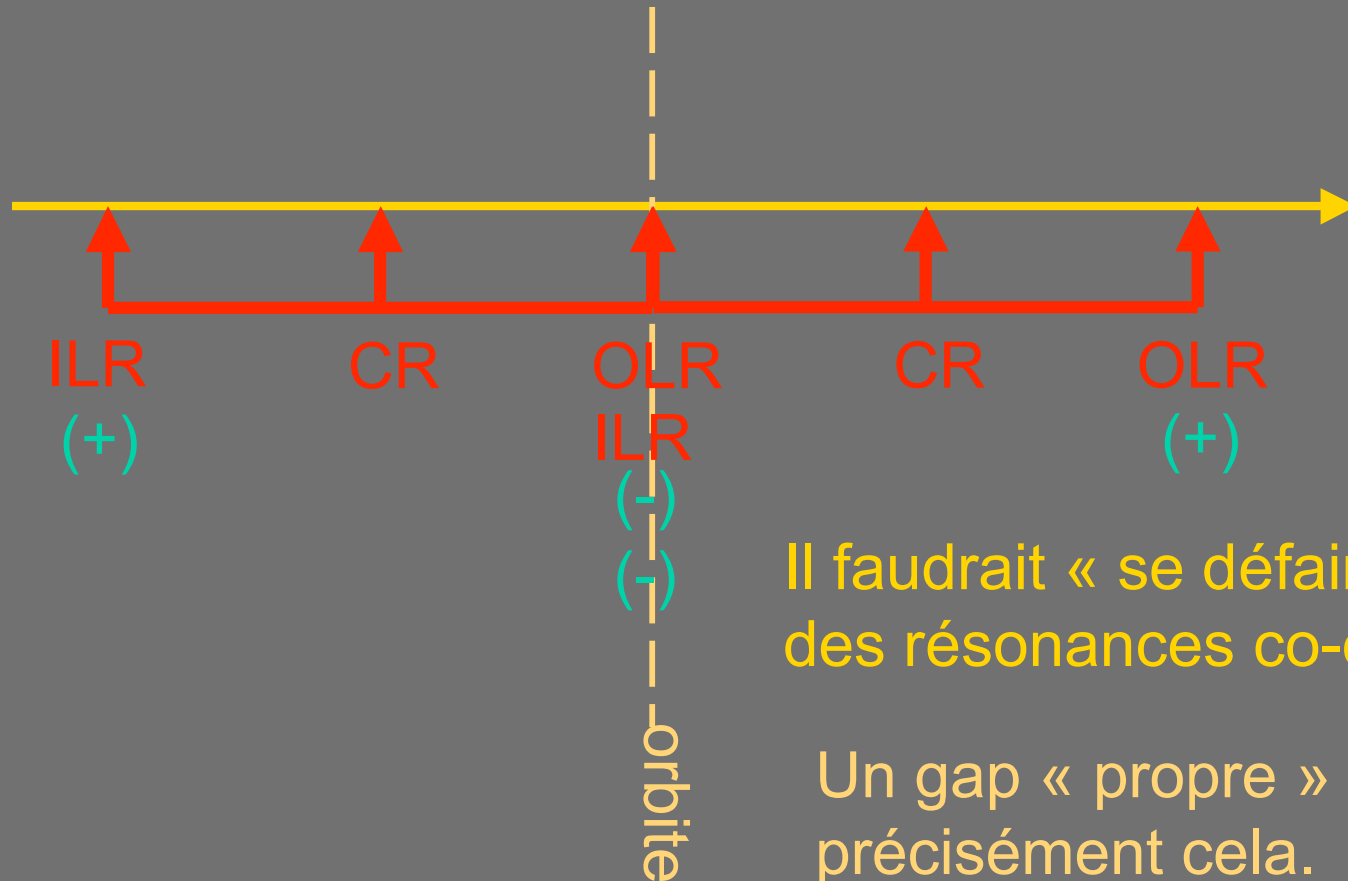
Énergie

## $de/dt$ dans le cas général

Lorsque le profil de densité de surface dans le disque n'est pas significativement modifié, la somme des termes de  $de/dt$  est négative → on a un amortissement.

Il était donc légitime de se restreindre *a priori* au cas de migration en orbite circulaire.

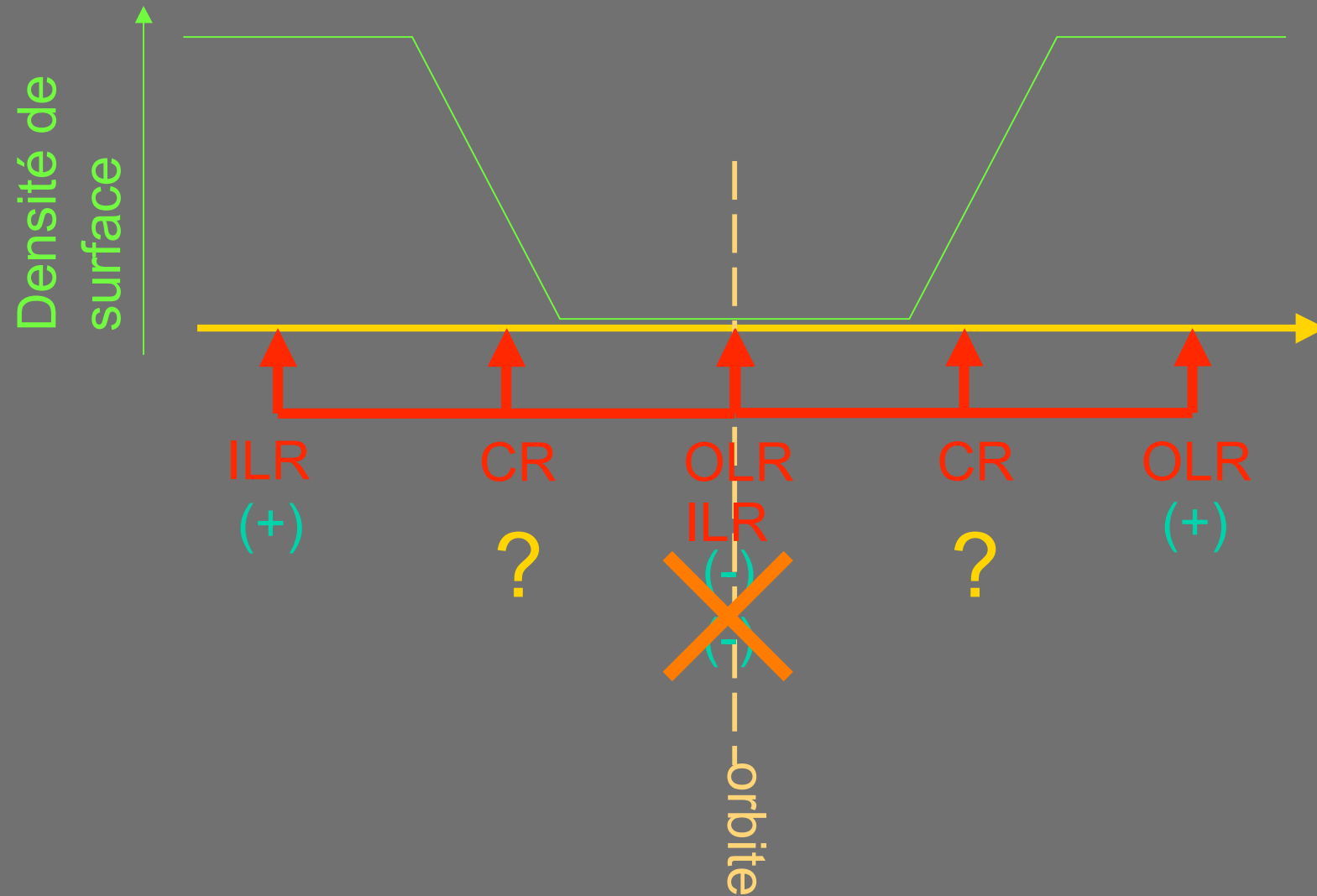
# Quand a-t-on une excitation de l'excentricité ?



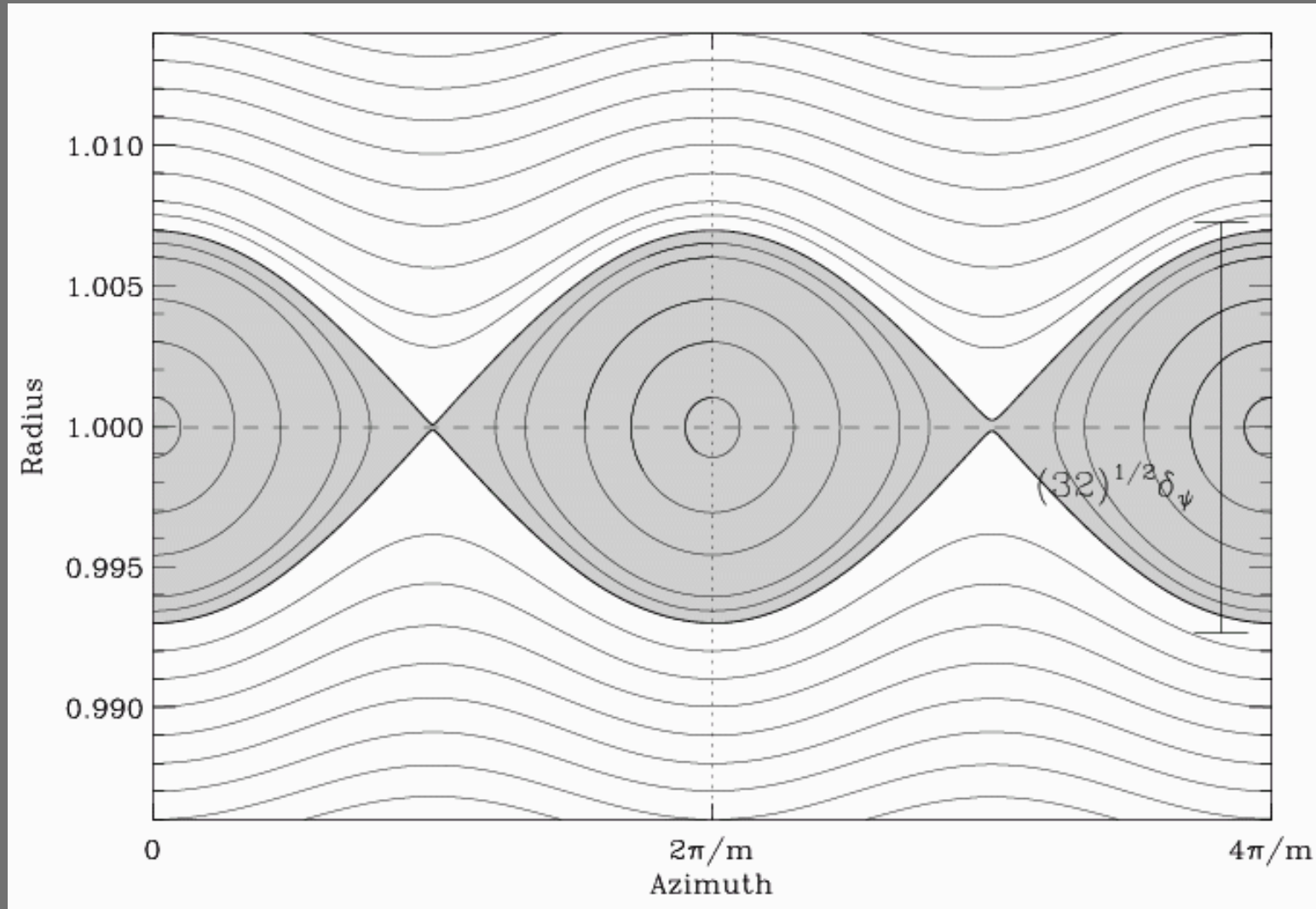
Il faudrait « se défaire »  
des résonances co-orbitales

Un gap « propre » permet  
précisément cela.

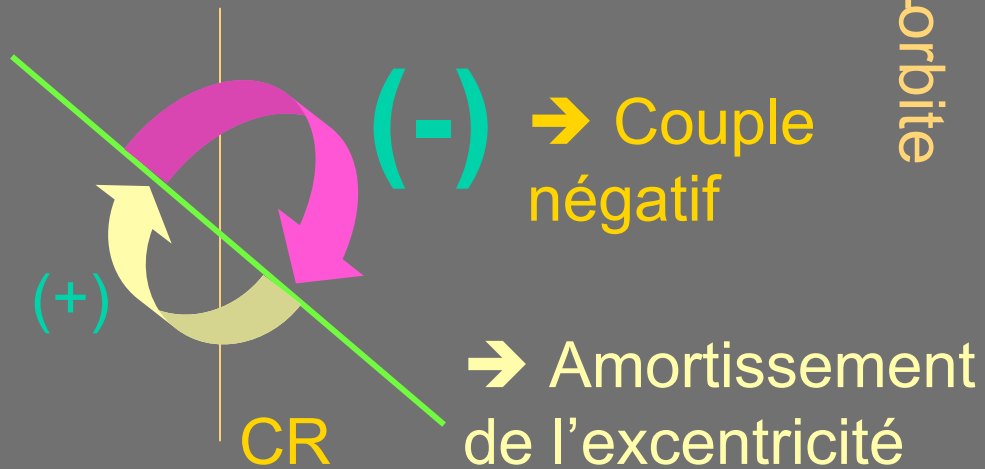
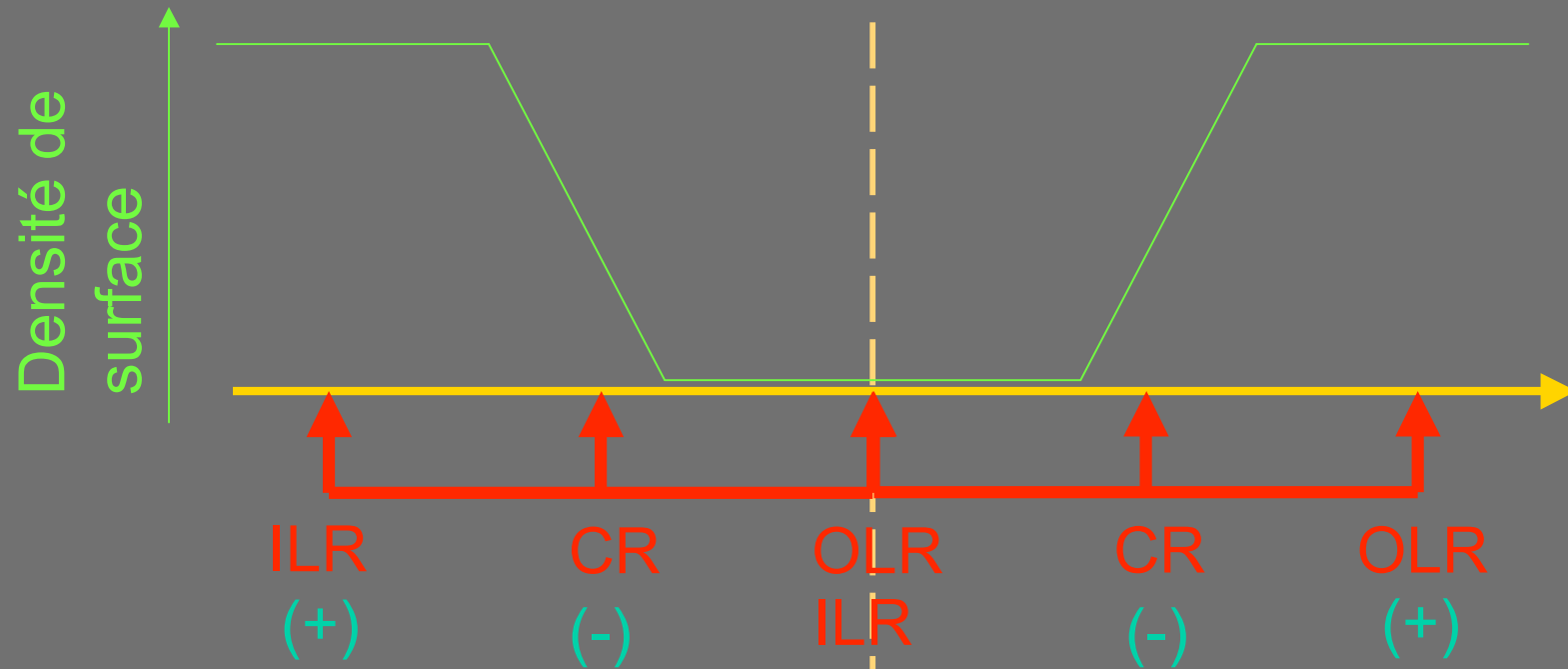
# Cas d'un gap propre



# Îlots de libration des CR excentriques



# Cas d'un gap propre

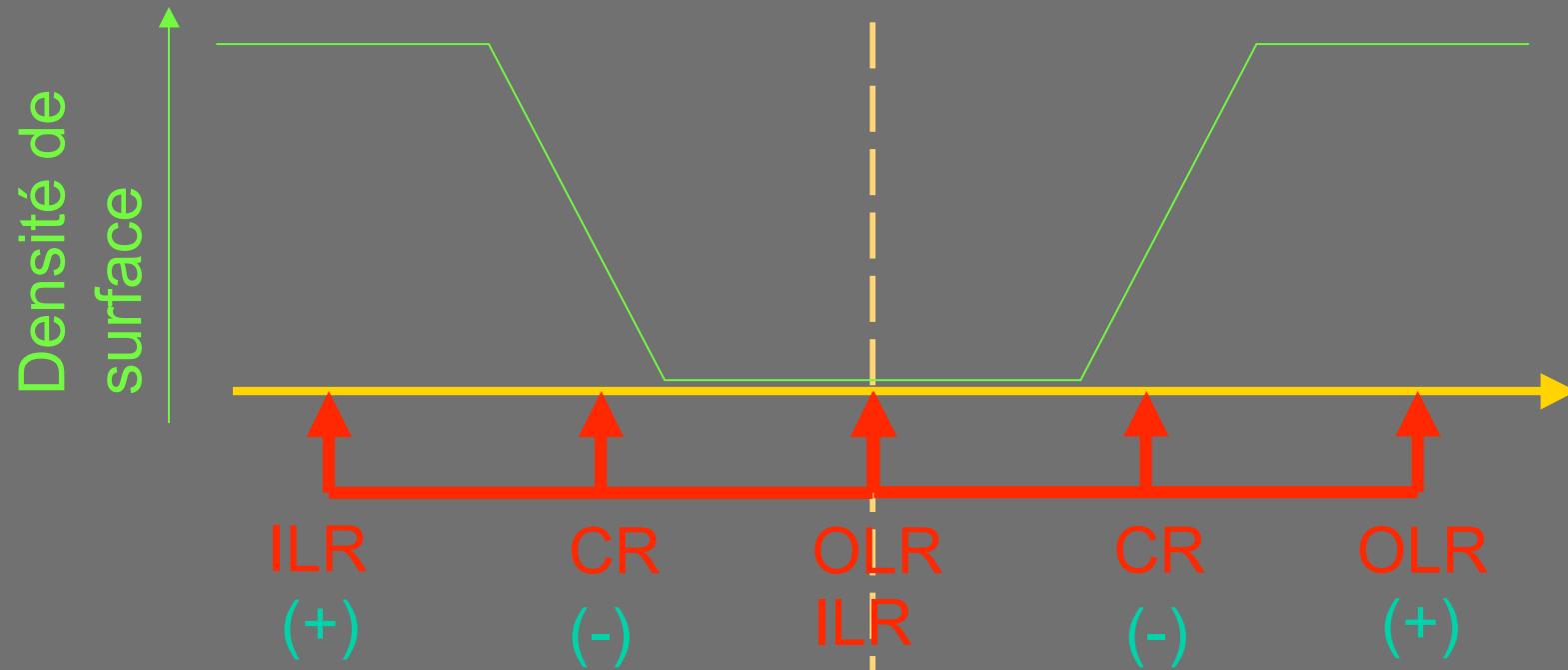


Pour les ondes lentes, couple positif

→ Amortissement à nouveau.



# Cas d'un gap propre

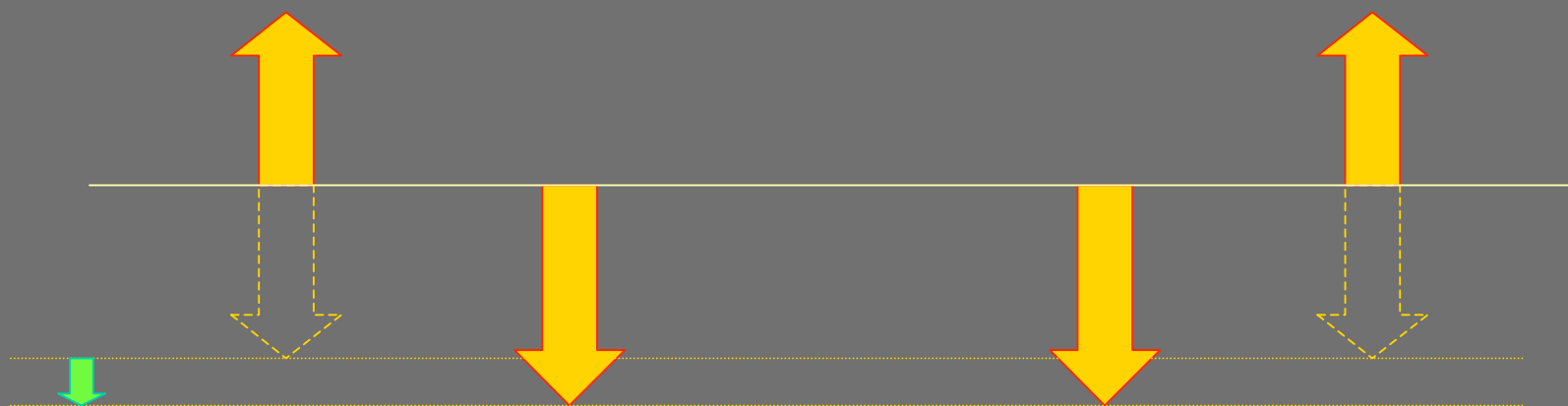


L'amortissement l'emporte...de 5 %



# Donc, pas de croissance de l'excentricité ?

Si...



# Donc, pas de croissance de l'excentricité ?

Si... si les résonances de corotation saturent



# Migration planétaire

## Deuxième session : résonance de co-rotation

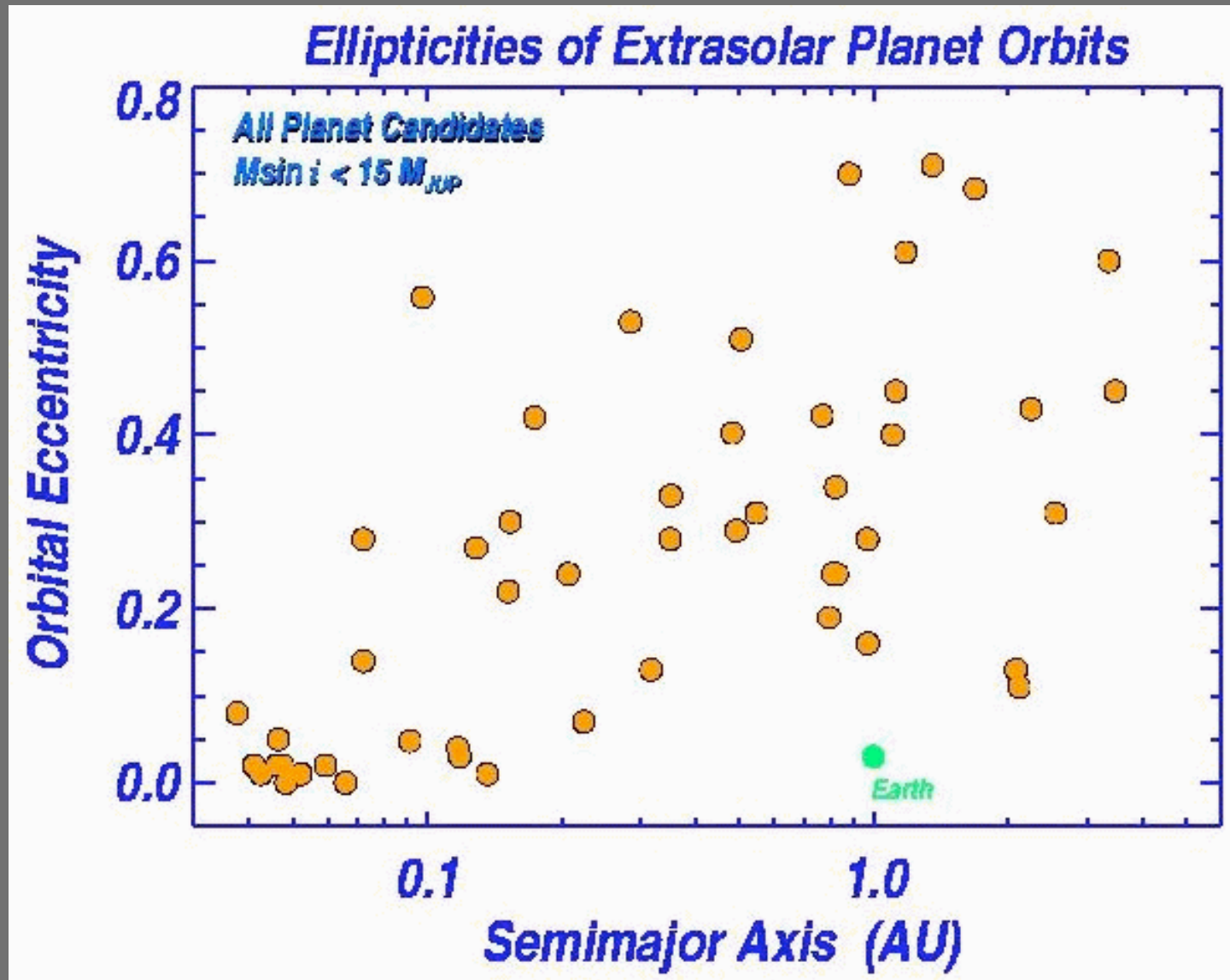
### Région co-orbitale des protoplanètes

- dynamique de la région « fer-à-cheval »
- désaturation du couple de corotation
- Emballement de la migration

### Résonances excentriques

- Compétition excitation-amortissement de l'excentricité.
- Lien avec l'excentricité des planètes extrasolaires.

# Les exoplanètes supergéantes sont excentriques



# Or, les planètes géantes ouvrent des gaps...

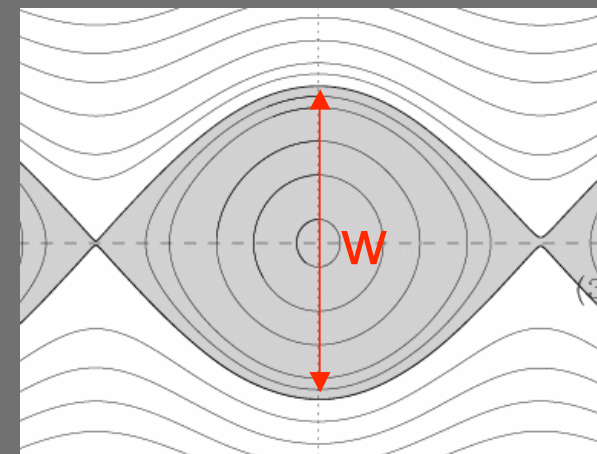
...donc, elles pourraient subir une excitation d'excentricité

Il faut pour cela saturer leurs résonances de corotation excentriques.

La saturation résulte d'une compétition entre:

- \* La diffusion visqueuse ( $\tau_{\text{visc}} \propto w^2$ )
- \* La libration ( $\tau_{\text{libr}} \propto 1/w$ )

Il faut des CRs larges



# Pour avoir des CRs excentriques larges

Il faut :

- des planètes massives
- une excentricité de départ pas trop petite.

→ Instabilité d'amplitude finie

Ogilvie & Lubow 2003 affirment qu'une planète de masse  $1 M_J$  dans un disque avec  $H/r = 0.05$  et  $\alpha \sim 0.004$  connaîtra une croissance d'excentricité si  $e_{initiale} \sim 0.01$

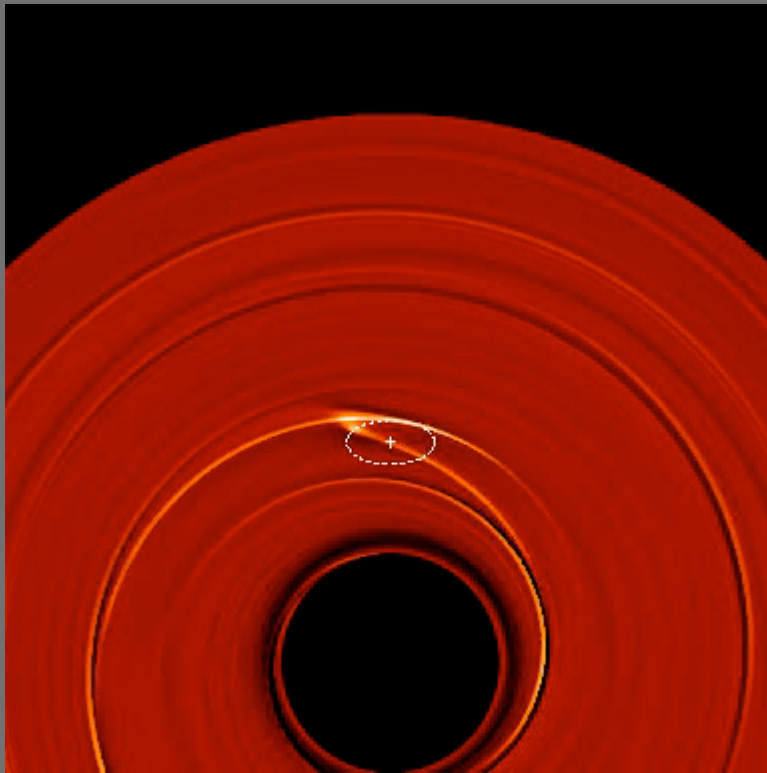
## Toutefois...

- Ne permet pas des excentricités aussi considérables que  $e=0.9$ .
- Il est très vraisemblable que des excentricités aussi grandes soient dûes à des interactions planète-planète
- Pas vu dans les simulations numériques...



# Sillage d'une petite planète excentrique

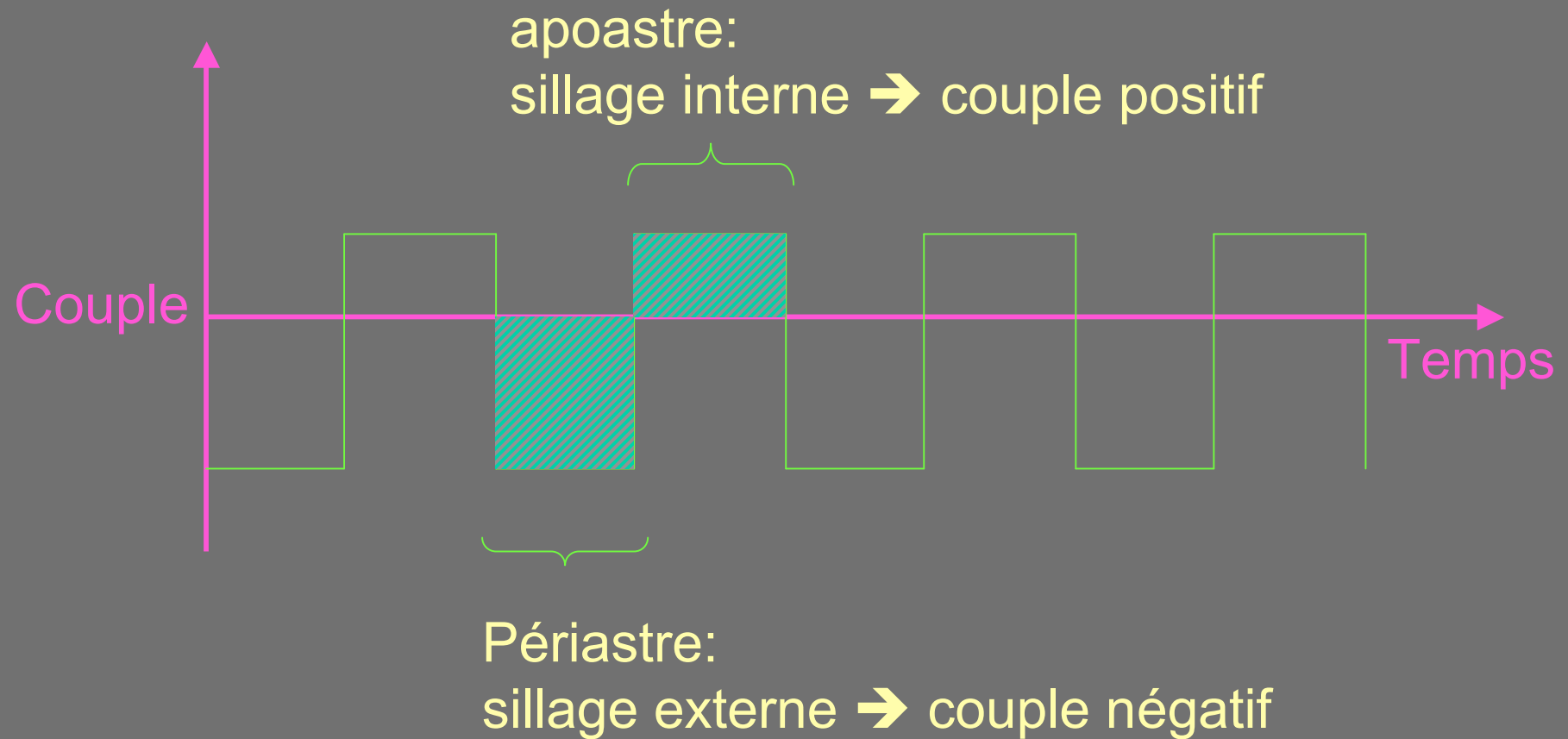
Les résonances excentriques jouent certes un rôle pour l'excentricité, mais aussi sur le demi-grand axe. Elles aussi « font migrer » la planète.



Sillage d'une « Terre »  
d'excentricité  $e=0.1$  dans un  
disque d'épaisseur  $H/R=0.05$

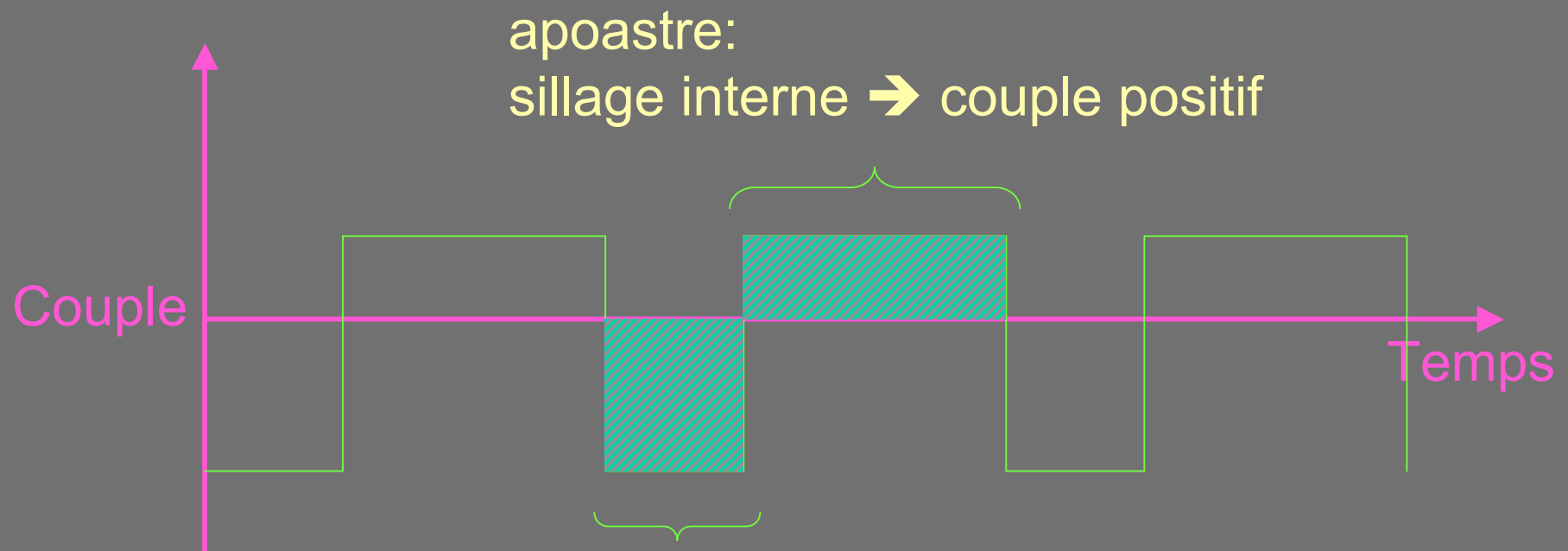
Apoastre : sillage interne  
Périastre : sillage externe

# Sillage d'une petite planète excentrique



# Sillage d'une petite planète excentrique

Une planète passe plus de temps à son apoastre



Périastre:  
sillage externe → couple négatif

Le couple moyen sur la planète peut être positif

# Sillage d'une petite planète excentrique

Papaloizou & Larwood (2001) ont montré que la migration de type I d'une protoplanète d'excentricité  $e > 1.1H/r$  se fait vers l'extérieur.

## Résumé

- Le couple de corotation coorbital est lié aux lignes de courant fer-à-cheval.
- Il sature ( $c\text{-à-}d$  tend vers zéro) sauf si le disque est visqueux, ou si la planète migre.
- Il peut conduire à un emballement de la migration, aussi bien vers l'intérieur que vers l'extérieur.
- Une planète excentrique a un cortège de nouvelles résonances, qui agissent sur son excentricité.
- Les résonances de corotation excentriques sont la clef pour répondre à la question : « les interactions disque-planète peuvent-elles expliquer l'excentricité des planètes extrasolaires ? »